<1장 - 연습문제>

본문을 읽어보면 충분히 풀 수 있는 단답형 문제이므로, 1장은 생략합니다.

<2장 - 연습문제>

1. $\frac{1}{2j}\left(e^{\frac{3\pi t}{4}}-e^{-\frac{3\pi t}{4}}\right)$, $\frac{1}{2}\left(e^{\frac{t}{2}}+e^{-\frac{t}{2}}\right)$

2. 우대칭 성분과 기대칭 성분은

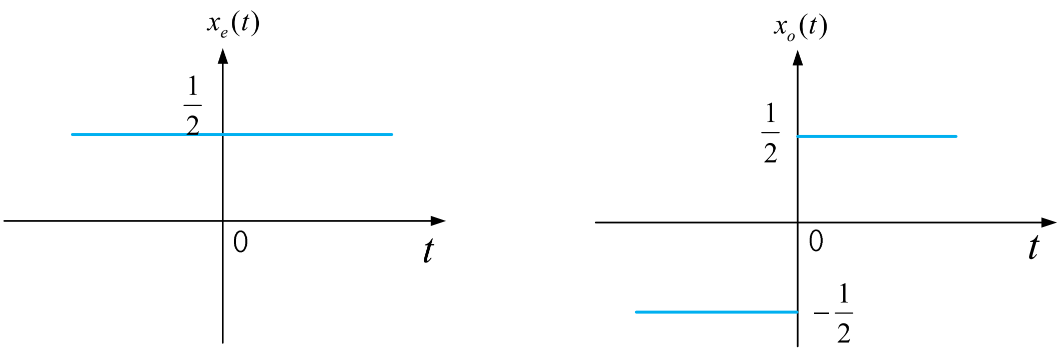
$$x_e=\frac{1}{2},\ \ t=0\text{을 제외한 모든 } t$$

$$x_o(t)=\begin{cases}-\frac{1}{2} & t<0\\ \frac{1}{2} & t>0\end{cases}$$

"중략"

$$x_e(0)=\frac{1}{2},\ \ x_0(0)=0$$

그림으로 나타내면 다음과 같다.

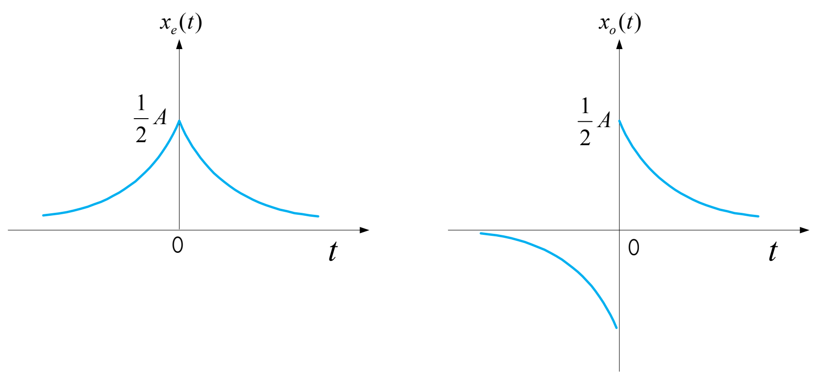


3. 우대칭 성분과 기대칭 성분은

$$x_e(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\text{Aexp}[-\alpha t] & t > 0 \\ \frac{1}{2}\text{Aexp}[\alpha t] & t < 0 \end{cases}$$
$$= \frac{1}{2}A\exp[-\alpha|t|]$$

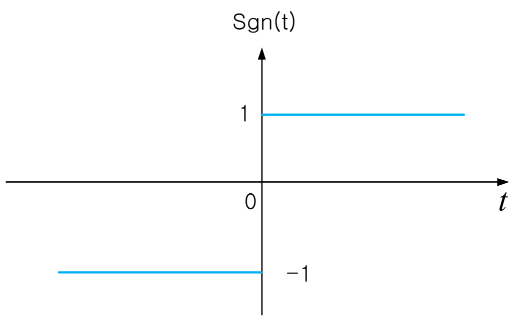
$$x_o(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}\text{Aexp}[-\alpha t] & t > 0 \\ -\frac{1}{2}\text{Aexp}[\alpha t] & t < 0 \end{cases}$$

그림으로 나타내면 다음과 같다.



4. $2rect(t/2) = 2[u(t+1) - u(t-1)]$

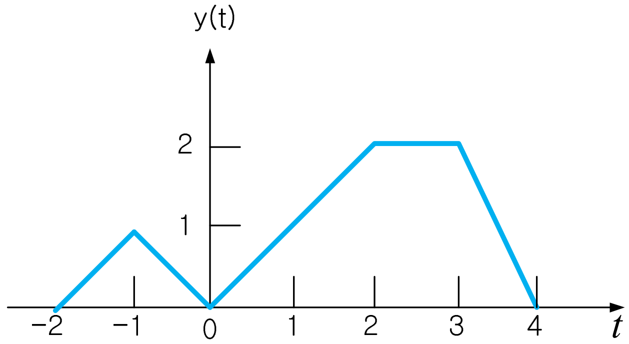
5. 단위 계단 함수로의 표현은 $\text{sgn}\, t = -1 + 2u(t)$
그래프로 표현하면



6. $y(t)$ 는

$$y(t) = r(t+2) - 2r(t+1) + 2r(t) - r(t-2) - 2r(t-3) + 2r(t-4)$$

그래프로 표현하면



7.

① $\int_{-2}^{1} (t+t^2)\delta(t-3)dt = 0$

② $\int_{-2}^{4} (t+t^2)\delta(t-3)dt = 3+3^2 = 12$

③ $\int_{0}^{3} \exp[t-2]\delta(2t-4)dt = \int_{0}^{3} \exp[t-2]2\delta(t-2)dt = 2\exp[0] = 2$

④ $\frac{d}{dt}u(t) = \delta(t)$, $\int_{-\infty}^{t} \delta(\tau)d\tau = u(t)$

8.

① $\int_{-4}^{4} (t-2)^2 \delta'\left(-\frac{1}{3}t+\frac{1}{2}\right)dt = \int_{-4}^{4} 3(t-2)^2 \delta'\left(t-\frac{3}{2}\right)dt$

$$= \int_{-4}^{4}\left[\frac{3}{4}\delta'\left(t-\frac{3}{2}\right)+3\delta\left(t-\frac{3}{2}\right)\right]dt = 3$$

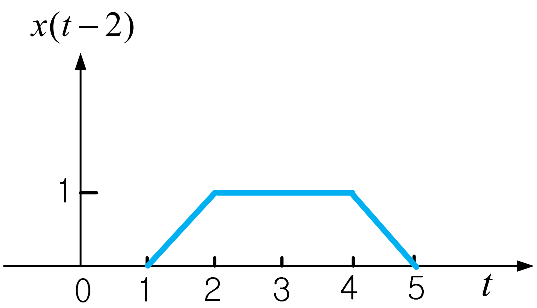
② $\int_{-4}^{1} t\exp[-2t]\delta''(t-1)dt = (4t-4)\exp[-2t]|_{t=1} = 0$

9.

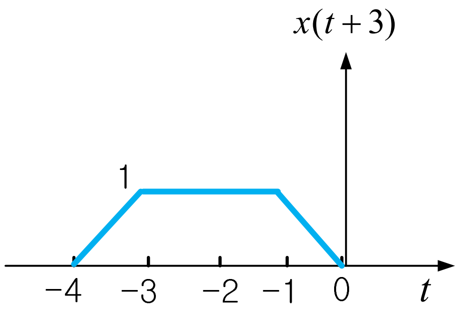
① $x(t) = e^{-1}\cos(10)$

② $x(k) = \cos(2\pi k)$

10.



(a)



(b)

11.

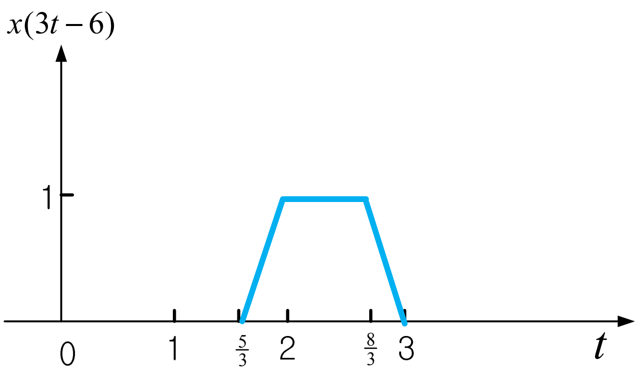
$$x(-t) = \begin{cases} -t+1 & \text{-1} \le -\text{t} \le 0 \\ 1 & 0 < -\text{t} \le 2 \\ 0 & \text{다른경우} \end{cases}$$

혹은

$$x(-t) = \begin{cases} -t+1 & 0 \le \text{t} \le 1 \\ 1 & \text{-}2 < \text{t} \le 0 \\ 0 & \text{다른경우} \end{cases}$$

$$x(3-t)=\begin{cases}4-t & 3\le t\le 4\\ 1 & 1<t\le 3\\ 0 & \text{다른경우}\end{cases}$$

12.



13.

① 주기 신호이다.

② 주기 신호이다.

③ 주기 신호이다.

④ 주기 신호가 아니다.

14. 전력 신호이다.

15. 이 신호는 주기 신호이며, 주기는 다음과 같다.

$$T=\frac{2\pi}{\omega_0}$$

신호의 평균 전력은 다음과 같다.

$$
\begin{aligned}
P &= \frac{1}{T}\int_0^T A^2 \sin^2(\omega_0 t + \phi)dt \\
&= \frac{A^2\omega_0}{2\pi}\int_0^{2\pi/\omega_0} [\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2\omega_0 t + 2\phi)]dt \\
&= \frac{A^2}{2}
\end{aligned}
$$

위 식의 마지막 유도 과정에서 신호 $\cos(2\omega_0 t + 2\phi)$ 는 주기가 $T/2$ 인 주기 함수이며, 또 구간의 길이가 lT 인 어느 구간에서도 코사인 함수의 적분 값은 항상 0임을 이용하였다. 여기서 l 은 양의 정수이다. ($\cos(2\omega_0 t + \phi)$ 의 두 주기를 그래프로 그려 보면 위 사실을 쉽게 확인할 수 있을 것이다.)

16.

신호 $x(t)$ 는 $t \rightarrow \pm\infty$ 에 따라 $x(t)$ 가 0 으로 접근한다는 의미에서 점근적으로 시간 제한적이다. 이 신호 역시 펄스로 간주된다. 어느 경우 모두 평균 전력은 0이다.
신호 $x(t)$ 에 대해서는 다음과 같이 된다.

$$
\begin{aligned}
E &= \lim_{L\rightarrow\infty}\int_{-L}^{L} A^2 \exp[-2a|t|]dt \\
&= \lim_{L\rightarrow\infty}\frac{A^2}{a}[1 - \exp[-2aL]) = \frac{A^2}{a}
\end{aligned}
$$

<3장 - 연습문제>

1. 대칭 구간을 포함하기 위해 0을 삽입하여 표시하면 다음과 같다.

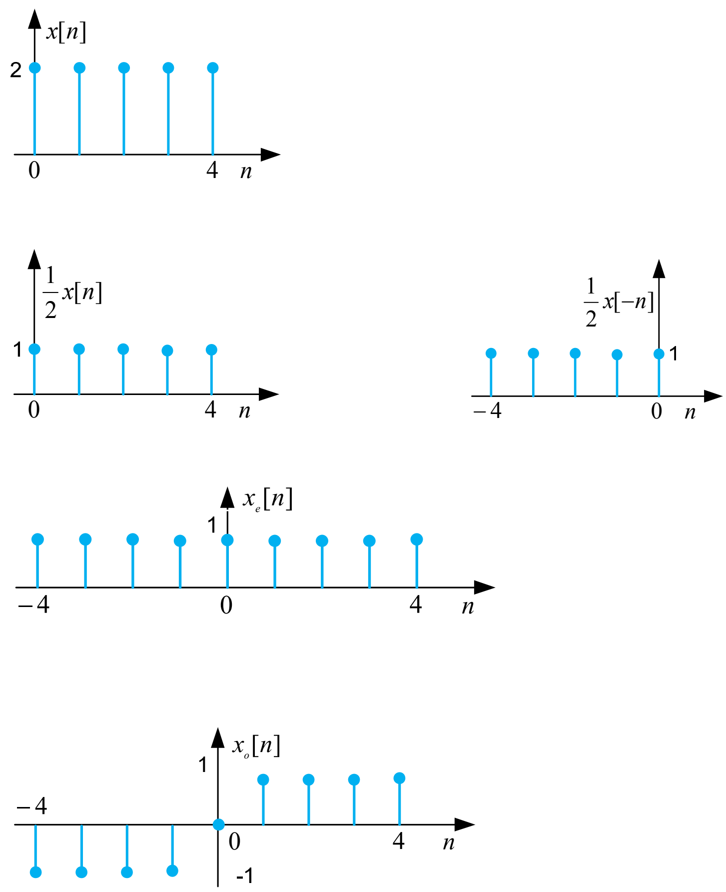
$$x[n] = \{4, -4, \underset{\Uparrow}{6}, -2, 0\}$$

그리고 $\frac{1}{2}x[n] = \{2, -2, \underset{\Uparrow}{3}, -1, 0\}$, $\frac{1}{2}x[-n] = \{0, -1, \underset{\Uparrow}{3}, -2, 2\}$ 이므로,

$$x_e[n] = \frac{1}{2}x[n] + \frac{1}{2}x[-n] = \{2, -3, \underset{\Uparrow}{6}, -3, 2\}$$

$$x_o[n] = \frac{1}{2}x[n] - \frac{1}{2}x[-n] = \{2, -1, \underset{\Uparrow}{0}, 1, -2\}$$

2.

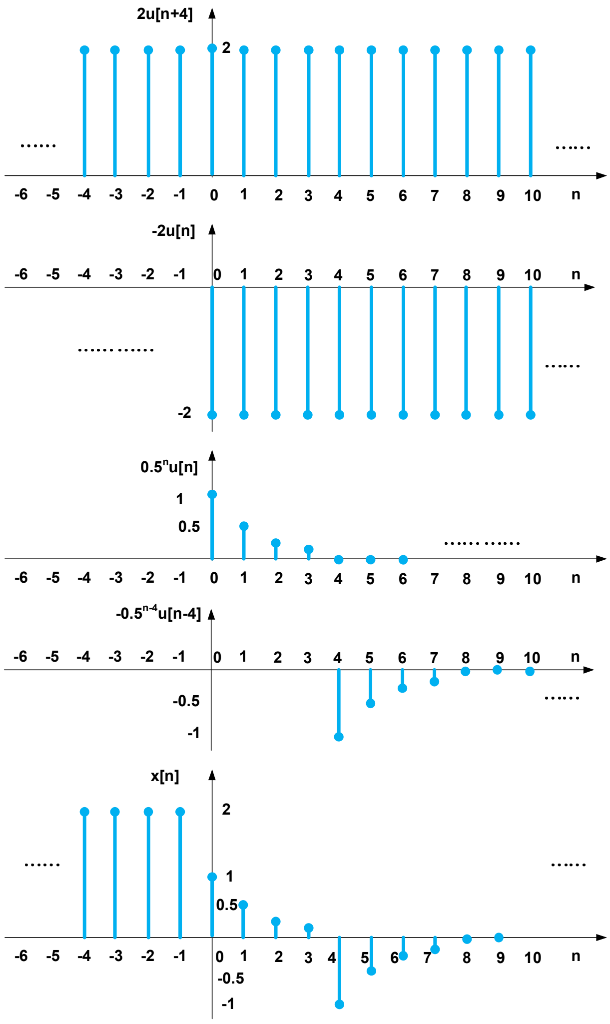


3. (a) $y[n]=x[n-3]=\{\underset{\Uparrow}{0},2,3,4,5,6,7\}$ (b) $f[n]=x[n+2]=\{1,3,5,7,\underset{\Uparrow}{9},11\}$

(c) $g[n]=x[-n]=\{11,9,7,\underset{\Uparrow}{5},3,1\}$ (d) $h[n]=x[-n+1]=\{11,9,\underset{\Uparrow}{7},5,3,1\}$

(e) $s[n]=x[-n-2]=\{11,9,7,5,3,\underset{\Uparrow}{1}\}$

4.



5.

(a) $$y[n]=\begin{cases}2\exp\left[\dfrac{-5n}{6}\right], & n=0,3,6,etc.\\ 0, & otherwise\end{cases}$$

(b) $z[n] = \begin{cases} \exp[-n], & n \geq 0 \\ 0, & n < 0 \end{cases}$

6. $x[n] = 3u[n+2] + 2u[n-1] - 5u[n-4]$

7. $x[n] = \{4, -2, 1, 0, \underset{\Uparrow}{2}, 3, -1, 0, 2\}$

$$x[n] = 4\delta[n+4] - 2\delta[n+3] + \delta[n+2] + 2\delta[n] + 3\delta[n-1] - \delta[n-2] + 2\delta[n-4]$$

8.

$x[T] = \{1.6, 2.3, -3.7, 0.5, -1.2, 5.2, 1.5, -2.3, -4.3, 1.0\}$

$$\begin{aligned} x[T] = 1.6\delta[n] + 2.3\delta[n-1] - 3.7\delta[n-2] + 0.5\delta[n-3] \\ -1.2\delta[n-4] + 5.2\delta[n-5] + 1.5\delta[n-6] - 2.3\delta[n-7] \\ -4.3\delta[n-8] + 1.0\delta[n-9] \end{aligned}$$

9.

(a) $x[n] = 2\delta[n-3]$

(b) $y[n] = \delta[n+2] + 4\delta[n+1] + 3\delta[n] + 2\delta[n-2] - 2\delta[n-3]$

10. $x[n]$의 두 항은 각각 $N_1 = 18$, $N_2 = 14$의 주기를 가진다.
따라서 $x[n]$은 주기 $N = 126$의 주기를 가지는 주기 신호이다.

11. $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} x[k]h[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (\delta[n] - \delta[n-3])u[n-k] = u[n] - u[n-3]$

12.

(a) $\dfrac{\Omega_0}{2\pi} = \dfrac{7}{18} = \dfrac{m}{N}$

이산 신호는 주기적이고, 기본 주기는 $m = 7$로 선택하여 $N = 18$로 주어진다.

(b) $\dfrac{\Omega_0}{2\pi} = \dfrac{7}{18\pi}$

이것은 유리수가 아니므로, 이산 신호는 비주기성이다.

13. 주기 N = 5

14. $P=\frac{1}{5}\sum_{n=0}^{4}x^2[n]=\frac{1}{5}\left(1+4+0+0+16\right)=4.2$

15. $x[n]$의 평균 전력은 다음과 같다.

$$p=\frac{1}{4}\sum_{n=0}^{3}\left|x[n]\right|^2=\frac{1}{4}\left(36+36+36+36\right)=36$$

16.

(a) $x[nT]$의 에너지를 구하면

$$E_x=\lim_{M\to\infty}T\sum_{n=-M}^{M}\left|x[nT]\right|^2=0.01\sum_{n=0}^{\infty}\left|(-0.5)^n\right|^2$$

$$=0.01\sum_{n=0}^{\infty}(-0.5)^{2n}=0.01\sum_{n=0}^{\infty}0.25^n$$

$$=\frac{0.01}{1-0.25}=\frac{0.04}{3}$$

에너지 신호이다.

(b) $y[nT]$의 평균전력을 구하면

$$P_y=\lim_{M\to\infty}\left(\frac{1}{2M+1}\right)\sum_{n=-M}^{M}\left|y[nT]\right|^2$$

$$=\lim_{M\to\infty}\left(\frac{1}{2M+1}\right)\sum_{n=-M}^{M}\left|2e^{i3n}\right|^2$$

$$=\lim_{M\to\infty}\left(\frac{1}{2M+1}\right)\sum_{n=0}^{M}2^2$$

$$=\lim_{M\to\infty}\frac{4(M+1)}{2M+1}=2$$

전력 신호이다.

<4장 - 연습문제>

1. (a) 비선형, 인과, 시불변, 무기억 시스템
   (b) 선형, 인과, 시불변, 무기억 시스템
   (c) 선형, 인과, 무기억 시스템
   (d) 선형, 인과, 기억 시스템
   (e) 비선형, 시불변, 인과, 무기억 시스템.

2.

$$y(\mathrm{t})=\int_{-\infty}^{t}(3\cos(2\tau))(\mathrm{e}^{(\tau\text{-t})})d\tau+\int_{t}^{\infty}(3\cos(2\tau))(\mathrm{e}^{(\text{t-}\tau)})d\tau$$

$$=3e^{-t}\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{\tau}\cos(2\tau)d\tau+3e^{t}\int_{t}^{\infty}\mathrm{e}^{\text{-}\tau}\cos(2\tau)d\tau$$

$$=3e^{-t}\left[\frac{e^{\tau}(\cos(2\tau)+2\sin(2\tau))}{5}\right]_{-\infty}^{t}+3e^{t}\left[\frac{e^{-\tau}(-\cos(2\tau)+2\sin(2\tau))}{5}\right]_{t}^{\infty}$$

$$=\frac{6}{5}\cos(2t)\qquad (\text{모든 t에대해})$$

3.

$$\omega(f)=\int_{-\infty}^{f}\left(\frac{1}{1+\beta^2}\right)(1)d\beta+\int_{f}^{\infty}\left(\frac{1}{1+\beta^2}\right)(0)d\beta$$

$$=\int_{-\infty}^{f}\frac{d\beta}{1+\beta^2}=\left(\tan^{-1}(\beta)\right)_{-\infty}^{f}$$

$$=\tan^{-1}f+\frac{\pi}{2}\qquad (\text{모든 }f\text{에서})$$

4.

$$y(t)=\int_{\tau=-\infty}^{\infty}x(\tau)h(t-\tau)d\tau=\int_{\tau=-\infty}^{\infty}\left[u(\tau+2)-u(\tau-2)\right]\left[u(t-\tau+2)-u(t-\tau-2)\right]d\tau$$

$$=\int_{\tau=-\infty}^{\infty}u(\tau+2)u(t-\tau+2)d\tau-\int_{\tau=-\infty}^{\infty}u(\tau+2)u(t-\tau-2)d\tau$$
$$-\int_{\tau=-\infty}^{\infty}u(\tau-2)u(t-\tau+2)d\tau+\int_{\tau=-\infty}^{\infty}u(\tau-2)u(t-\tau-2)d\tau$$

$$=\int_{\tau=-\infty}^{\infty}u(\tau+2)u\big(-(\tau-(t+2))\big)d\tau-\int_{\tau=-\infty}^{\infty}u(\tau+2)u\big(-(\tau-(t-2))\big)d\tau$$
$$-\int_{\tau=-\infty}^{\infty}u(\tau-2)u\big(-(\tau-(t+2))\big)d\tau+\int_{\tau=-\infty}^{\infty}u(\tau-2)u\big(-(\tau-(t-2))\big)d\tau$$

$$=u(t+4)\int_{\tau=-2}^{t+2}d\tau-u(t)\int_{\tau=-2}^{t-2}d\tau-u(t)\int_{\tau=2}^{t+2}d\tau+u(t-4)\int_{\tau=2}^{t-2}d\tau$$

$$=\left[\tau\right]_{-2}^{t+2}u(t+4)-\left[\tau\right]_{-2}^{t-2}u(t)-\left[\tau\right]_{2}^{t+2}u(t)+\left[\tau\right]_{2}^{t-2}u(t-4)$$

$$=(t+4)u(t+4)-tu(t)-tu(t)+(t-4)u(t-4)$$

$$=(t+4)u(t+4)-2tu(t)+(t-4)u(t-4)$$

5.

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)x(t-\tau)d\tau=\int_{-\infty}^{\infty}h(\tau)u(t-\tau)d\tau$$

$$=\int_{-\infty}^{t}h(\tau)d\tau-\int_{-\infty}^{t}e^{-\tau}\cos(3\tau)u(\tau)d\tau$$

$$=\frac{1}{2}u(t)\int_{0}^{t}e^{-\tau}\left(e^{j3\tau}+e^{-j3\tau}\right)d\tau$$

$$=\frac{1}{2}u(t)\int_{0}^{t}e^{(-1+j3)\tau}d\tau+\frac{1}{2}u(t)\int_{0}^{t}e^{(-1-j3)\tau}d\tau$$

$$=\frac{1}{2(-1+j3)}\left[e^{(-1+j3)\tau}\right]_{0}^{t}u(t)+\frac{1}{2(-1-j3)}\left[e^{(-1-j3)\tau}\right]_{0}^{t}u(t)$$

$$=\frac{1}{2(-1+j3)}\left[e^{(-1+j3)t}-1\right]u(t)+\frac{1}{2(-1-j3)}\left[e^{(-1-j3)t}-1\right]u(t)$$

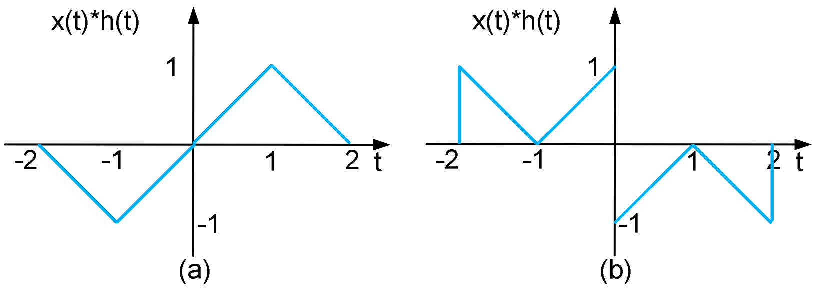
$$=\left[\frac{-1}{2(-1+j3)}-\frac{1}{2(-1-j3)}+\frac{1}{2(-1+j3)}e^{(-1+j3)t}+\frac{1}{2(-1-j3)}e^{(-1-j3)t}\right]u(t)$$

$$=\left[2\,\mathrm{Re}\left\{\frac{-1}{2(-1+j3)}\right\}+2\,\mathrm{Re}\left\{\frac{1}{2(-1+j3)}e^{(-1+j3)t}\right\}\right]u(t)$$

$$=\left[\mathrm{Re}\left\{\frac{1+j3}{10}\right\}+\mathrm{Re}\left\{\frac{-1-j3}{10}e^{(-1+j3)t}\right\}\right]u(t)$$

$$=\frac{1}{10}\left[1-e^{-t}\cos(3t)\right]u(t)$$

6.



7.

(a) $y(t)=\frac{1}{2}[e^{-t}-e^{-3t}]u(t)$

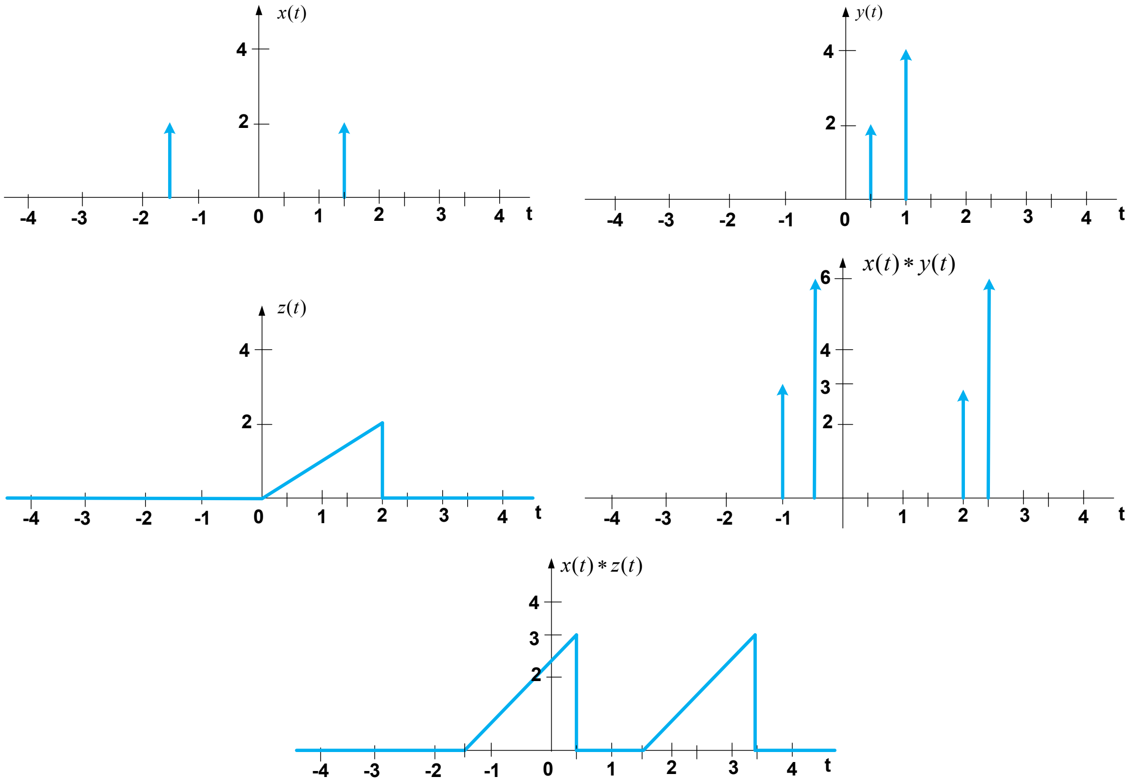
(b) $y(t)=3\int_{0}^{t}[e^{-\tau}+1]d\tau=3[1-(e^{-t}-t)]u(t)$

(c) $y(t) = e^{-at}u(t) * [u(t) - e^{-at}u(t-b)]$

$$= e^{-at}u(t) * [u(t) - e^{-at}e^{-a(t-b)}u(t-b)]$$

$$= [\frac{1-e^{-at}}{a}]u(t) - (t-b)e^{-at}u(t-b)$$

8.



9.

$$y(t) = x(t) * h(t)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t-\tau)d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{[j\Omega(t-\tau)]}d\tau$$

$$= e^{[j\Omega t]}\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)e^{[-j\Omega\tau]}d\tau = e^{[j\Omega t]}H(\Omega)$$

10. 먼저 그래프를 구간별로 나누어 $x_1(t)$와 $x_2(t)$의 함수를 구한 후 구간별로 곱한다.

$$i)\ 0 \le t < 2 : f_1(t) f_2(t) = (1.5t)(-t+3) = -1.5t^2 + 4.5t$$

$$ii)\ 2 \le t < 4 : f_1(t) f_2(t) = 3 \times (-t+3) = -3t + 9$$

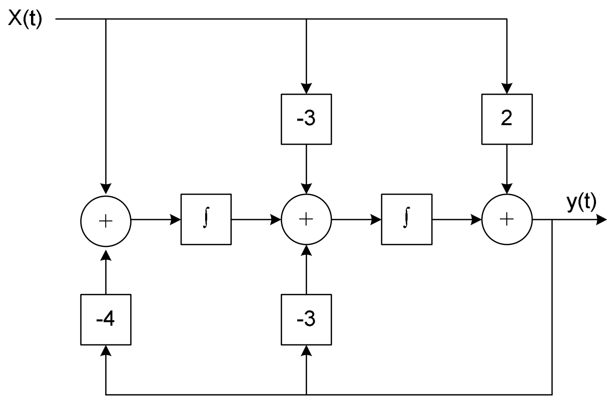
$$iii)\ 4 \le t < 5 : f_1(t) f_2(t) = (-t+6)(-t+3) = t^2 - 9t + 18$$

$$iv)\ 5 \le t < 7 : f_1(t) f_2(t) = (-t+6) \times 2 = -2t + 12$$

$$v)\ 7 \le t < 8 : f_1(t) f_2(t) = (t-8) \times 2 = 2t - 16$$

$$vi)\ t \ge 8 : f_1(t) f_2(t) = 0 \times 2 = 0$$

11.



12.

이 문제는 라플라스 변환에 의해서도 접근할 수 있으나 여기서는 시간 영역에서 컨벌루션으로 구해 보도록 한다. 입력 $v_1(t)$ 신호가 시간 영역에서 주어졌으므로, 회로 전달 함수도 시간 영역에서 산출한다. 그렇게 하기 위해 라플라스 변환 형태의 전달함수를 역변환한다.

$$H(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{\frac{1}{C_s}}{L_s + \frac{2}{C_s}} = \frac{1}{LC_s^{\ 2} + 1} \qquad \cdots ①$$

소자 값을 식 ①에 대입한다.

$$H(s) = \frac{25}{s^2 + 25}$$

$$h(t) = L^{-1}[H(s)] = 5\sin 5t \qquad \cdots ②$$

$h(t)$ 가 구해졌으므로 $v_2(t)$ 를 컨벌루션으로 계산한다.

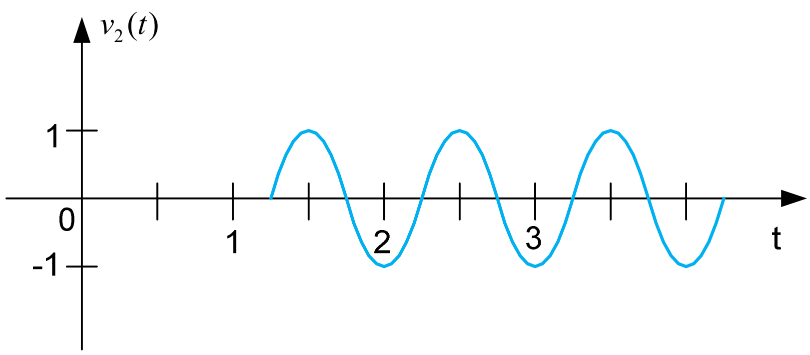
$$v_2(t) = v_1(t) * v_2(t) = \int_0^t 5\sin 5\tau e^{-2(t-\tau)} d\tau$$

$$= 5e^{-2t} \int_0^t \frac{e^{j5t} - e^{-j5t}}{2j} e^{2\tau}$$

$$= \frac{2}{29} \frac{e^{j5\tau} - e^{-j5\tau}}{2j} - \frac{25}{29} \frac{e^{j5\tau} - e^{-j5\tau}}{2} + \frac{25}{29} e^{-2t}$$

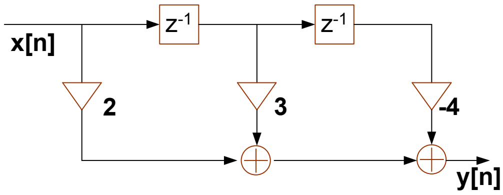
$$= \frac{2}{29}\sin 5t - \frac{25}{29}\cos 5t + \frac{25}{29} e^{-2t} \qquad \cdots ③$$

결과 파형은 다음과 같다.

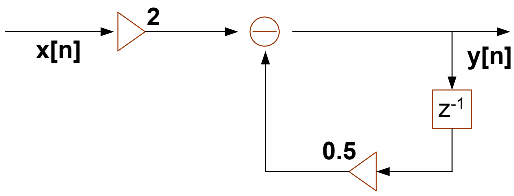


<5장 - 연습문제>

1.



(a)



(b)

2.

(a) 선형 시스템이다.

(b) 비선형 시스템이다.

3. (a) 시불변 시스템

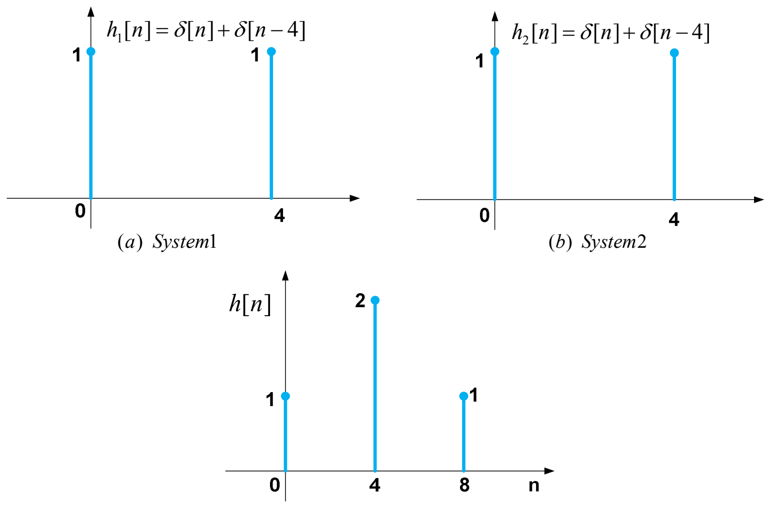
(b) 시변 시스템

4. 비인과 시스템

5.

직렬 연결된 시스템의 임펄스 응답은

$$\begin{aligned} h[n] &= h_1[n] * h_2[n] \\ &= \{\delta[n] - \delta[n-4]\} * \{\delta[n] - \delta[n-4]\} \\ &= \delta[n] + 2\delta[n-4] + \delta[n-8] \end{aligned}$$



(a) $System1$ (b) $System2$

(c) $h[n] = h_1[n] * h_2[n]$

6. 병렬 연결된 시스템의 임펄스 응답은

$$
\begin{aligned}
h[n] &= h_1[n] + h_2[n] \\
&= \{\delta[n] - \delta[n-4]\} + \{\delta[n] - \delta[n-4]\} \\
&= 2\delta[n] + 2\delta[n-4]
\end{aligned}
$$

7. 컨벌루션의 정의에 의해 출력 $y[n]$는 다음과 같이 주어진다.

$$y[n] = \sum_{k=0}^{3} h[k]x[n-k]$$

1) 먼저 위의 식에서 $n \le -1$과 $n \ge 8$의 범위에서는 $x[n-k]$의 값은 항상 0이다. 따라서,

$$y[n] = 0, \quad n \le -1 \quad or \quad n \ge 8$$

2) n=0 일 때

$$y[0] = \sum_{k=0}^{3} h[k]x[-k] = h[0]x[0] = A$$

3) n=1 일 때

$$y[1] = \sum_{k=0}^{3} h[k]x[1-k] = A + \frac{A}{2} = \frac{3A}{2}$$

4) n=3일 때

$$y[2]=\sum_{k=0}^{3}h[k]x[2-k]=A+\frac{A}{2}+\frac{A}{4}=\frac{7A}{4}$$

같은 방법으로

$$y[3]=A+\frac{A}{2}+\frac{A}{4}+\frac{A}{8}=\frac{15A}{8}$$

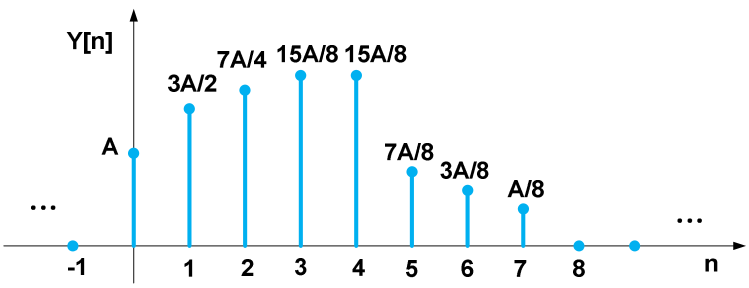
$$y[4]=A+\frac{A}{2}+\frac{A}{4}+\frac{A}{8}=\frac{15A}{8}$$

$$y[5]=\frac{A}{2}+\frac{A}{4}+\frac{A}{8}=\frac{7A}{8}$$

$$y[6]=\frac{A}{4}+\frac{A}{8}=\frac{3A}{8}$$

$$y[7]=\frac{A}{8}$$

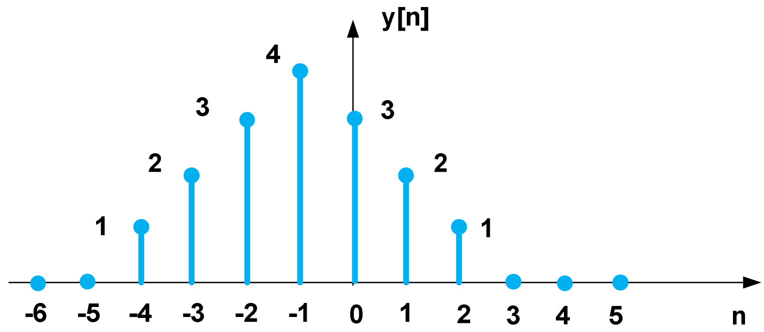
결국, $y[n]$은 그림과 같다.



8. $y[n]=\begin{cases}\dfrac{1-e^{(n+1)a}}{1-e^{a}}, & n\geq 0\\ 0, & n\leq 0\end{cases}$

9. $y(nT)=\begin{cases}\dfrac{1-e^{(n+1)a}}{1-e^{a}}, & n\leq 4\\ \dfrac{e^{(n-4)a}-e^{(n+1)a}}{1-e^{a}}, & n\geq 5\end{cases}$

10.



11. $h[k]$와 $x[n-k]$의 테이블을 만들어 컨벌루션의 결과를 구하면 다음과 같다.

k	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6	7	n	$y[n]$
$h[k]$				1	2	0	−1	1					
$x[k]$				1	3	−1	−2						
$x[-k]$	−2	−1	3	1								0	1
$h[1-k]$		−2	−1	3	1							1	5
$h[2-k]$			−2	−1	3	1						2	5
$h[3-k]$				−2	−1	3	1					3	−5
$h[4-k]$					−2	−1	3	1				4	−6
$h[5-k]$						−2	−1	3	1			5	4
$h[6-k]$							−2	−1	3	1		6	1
$h[7-k]$								−2	−1	3	1	7	−2

따라서 다음의 결과를 얻는다.

$$y[n] = \{\underset{\Uparrow}{1}, 5, 5, -5, -6, 4, 1, -2\}$$

12. 컨벌루션 테이블의 세로 항목에는 $x[n-k]$와 $h[k]x[n-k]$로 구성된다.

n	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$x[n+1]$	−1	3	−1	−2				
$x[n]$		−1	3	−1	−2			
$x[n-1]$			−1	3	−1	−2		
$x[n-2]$				−1	3	−1	−2	
$x[n-3]$					−1	3	−1	−2

$h[-1]x[n+1]$	2	−6	2	4				
$h[0]x[n]$		−2	6	−2	−4			
$h[1]x[n-1]$			0	0	0	0	0	
$h[2]x[n-2]$				1	−3	1	2	
$h[3]x[n-3]$					−1	3	−1	−2
$y[n]$	2	−8	8	3	−8	4	1	−2

따라서 다음의 결과를 얻는다.

$$y[n] = \{2, -8, \underset{\Uparrow}{8}, 3, -8, 4, 1, -2\}$$

13.

$$y[0] = 1$$

$$y[1] = ay[0] + x[1] = a + 1$$

$$y[2] = ay[1] + x[2] = a(a+1) + 1 = a^2 + a + 1$$

$$\vdots$$

$$y[k] = ay[k-1] + x[k] = a^k + a^{k-1} + \cdots + a + 1 = \sum_{i=0}^{k} a^i$$

$$\vdots$$

$y[n] = \sum_{i=0}^{k} a^i$ 와 같이 순차적으로 구하면 된다.

14. $x[n] = \delta[n]$ 이므로 위의 식을 다시 쓰면

$$h[n] = y[n] = ah[n-1] + \delta[n]$$

으로 된다.

$$h[0] = 1$$

$$h[1] = ah[0] = a$$

$$h[2] = ah[1] = a^2$$

$$\vdots$$

$$h[k] = a^k$$

$$\vdots$$

$$h[n] = a^n u[n]$$

15. $x[n]=\delta[n]$ 이므로 임펄스 응답은

$$h(0)=y(0)=b_0$$
$$h(1)=y(1)=b_1$$

16. $y_h[n]=C_1\left(\frac{1}{2}\right)^n+C_2\left(\frac{1}{2}\right)^n+C_3\left(\frac{1}{4}\right)^n$

"중략"

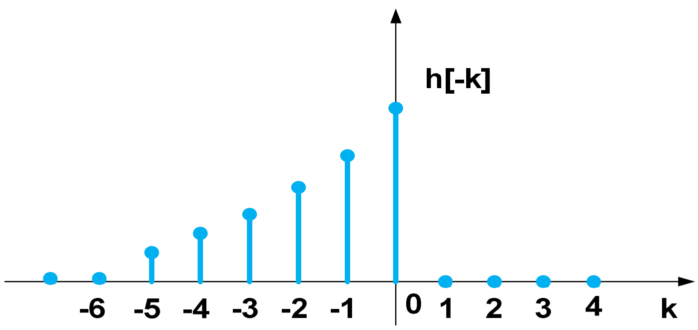
방정식으로 해를 구하면 계수들이 다음과 같이 얻어진다.

$$C_1=\frac{9}{2},\ C_2=\frac{5}{4},\ C_3=-\frac{1}{8}$$

따라서 균일해는 다음과 같다.

$$y_h[n]=\frac{9}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n+\frac{5}{4}\left(\frac{1}{2}\right)^n-\frac{1}{8}C_3\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

17.



① $n<1: \mathrm{y[n]}=0$

② $1\le \mathrm{n}<3: \mathrm{g[k]}=\mathrm{x[k]h[n-k]}\ne 0$

$$y[n]=\sum_{k=1}^{n}g[k]=\sum_{k=1}^{n}(0.8)^{n-k}=(0.8)^{n}\sum_{m=0}^{n-1}(0.8)^{-(m+1)}=(0.8)^{n-1}\sum_{m=0}^{n-1}(0.8)^{-m}$$
$$=(0.8)^{n-1}\left(\frac{1-(0.8^{-1})^{n}}{1-(0.8)^{-1}}\right)=\frac{(0.8)^{n}-1}{-0.2}=5-5(0.8)^{n}$$

③ $4\le n\le 6: g[k]=x[k]h[n-k]\ne 0$

$$y[n]=\sum_{k=1}^{3}g[k]=\sum_{k=1}^{3}(0.8)^{n-k}=(0.8)^{n}\sum_{m=0}^{2}(0.8)^{-(m+1)}=(0.8)^{n-1}\sum_{m=0}^{2}(0.8)^{-m}$$
$$=(0.8)^{n-1}\left(\frac{1-(0.8^{-1})^{3}}{1-(0.8)^{-1}}\right)=\frac{(0.8)^{n}-(0.8)^{n-3}}{-0.2}=5(0.8)^{n-3}-5(0.8)^{n}=4.7656(0.8)^{n}$$

④ $7\le n\le 8: g[k]=x[k]h[n-k]\ne 0$

$$y[n]=\sum_{k=n-5}^{3}g[k]=\sum_{k=n-5}^{3}(0.8)^{n-k}=\sum_{m=0}^{8-n}(0.8)^{n-(m+n-5)}=(0.8)^{5}\sum_{m=0}^{8-n}(0.8)^{-m}$$
$$=(0.8)^{5}\left(\frac{1-(0.8^{-1})^{9-n}}{1-(0.8)^{-1}}\right)=\frac{(0.8)^{6}-(0.8)^{n-3}}{-0.2}=5(0.8)^{n-3}-5(0.8)^{6}$$

⑤ $n\ge 9: y[n]=0$

$$y[n]=\begin{cases}0, & n\le 0\\ 5-5(0.8)^{n}, & 1\le n\le 3\\ \left[5(0.8)^{-3}-5\right](0.8)^{n}, & 4\le n\le 6\\ 5(0.8)^{n-3}-5(0.8)^{6}, & 7\le n\le 8\\ 0, & n\ge 9\end{cases}$$