IT CookBook, MATLAB으로 배우는 공학 수치해석] : 핵심 개념부터 응용까지

[연습문제 답안 이용 안내]

Chapter 01 연습문제 답안

1.1 y = (5*sin(x)-10*(cos(3*x))^2+exp(-3*x))/sqrt(5)

1.2 y = [0 ; sin(pi/2) ; sin(2*pi) ; 2] 혹은 x = [0 sin(pi/2) sin(2*pi) 2]′

1.3 (a) axis([-1 3 0 5])

(b) ext(0.3, 1.2, ‘sin(x)’)

1.4 (c)

1.5

```
Command Window
>> A=[1 3;2 2]; B=[2 3;4 4];
>> w=2.5; x=1; y=2;
>> S=A+w+B

S =

    5.5000    8.5000
    8.5000    8.5000

>> T=(B./A).₩x

T =

    0.5000    1.0000
    0.5000    0.5000

>> U=(B.^A)/y

U =

    1.0000   13.5000
    8.0000    8.0000
```

1.6 (a) A는 주어진 행렬 M의 2번째 열만을 표시하는 새로운 행렬을 나타낸다.

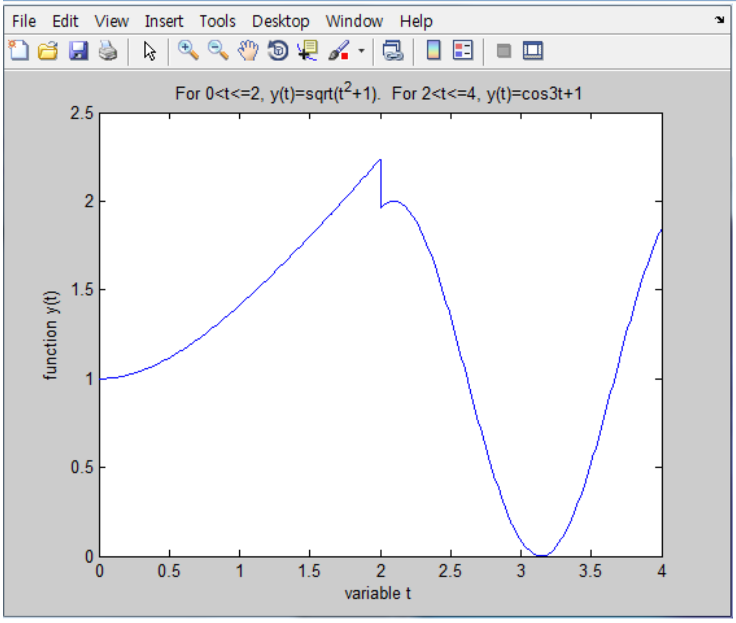
(b) B는 주어진 행렬 M의 2번째와 3번째 열만을 표시하는 새로운 행렬을 나타낸다.

(c) C는 주어진 행렬 M의 3번째와 4번째 행과 1번째와 2번째 열을 표시하는 새로운 행렬을 나타낸다.

```
Command Window
>> M=[5 6 3;2 7 7;1 3 9;6 1 11];
>> A=M(:,2)

A =

     6
     7
     3
     1

>> B=M(:,2:3)

B =

     6     3
     7     7
     3     9
     1    11

>> C=M(3:4,1:2)

C =

     1     3
     6     1
```

1.7

```
Command Window
>> t1=0:0.01:2;
>> y1=sqrt(t1.^2+1);
>> t2=2:0.01:4;
>> y2=cos(3*t2)+1;
>> t=[t1 t2];
>> y=[y1 y2];
>> plot(t,y)
>> title('For 0<t<=2, y(t)=sqrt(t^2+1).  For 2<t<=4, y(t)=cos3t+1')
>> xlabel('variable t')
>> ylabel('function y(t)')
```

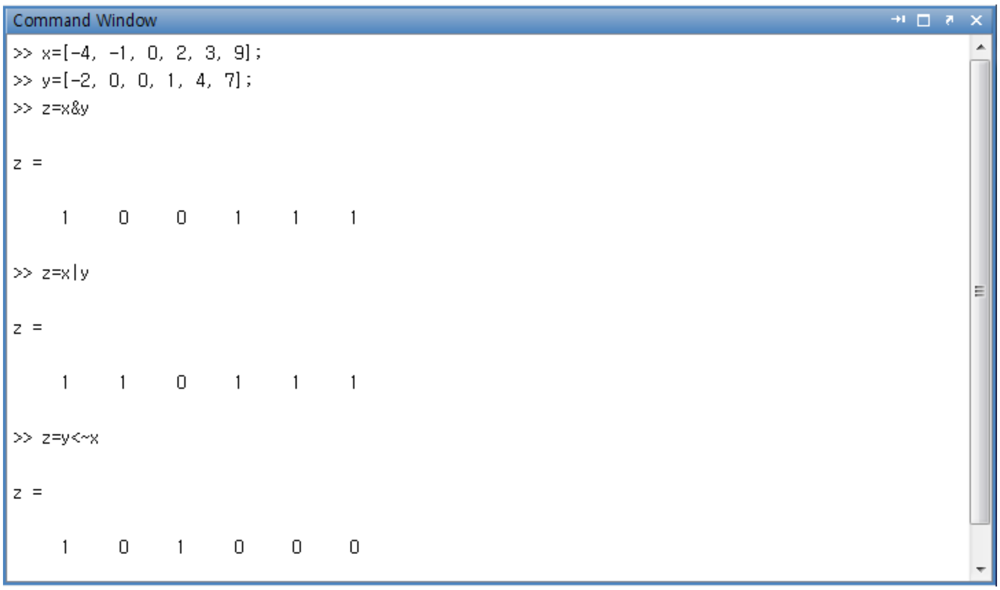


1.8

```
Command Window
>> x=[8 -2 1 4 -1];
>> y=[9 -1 5 4 -2];
>> z=(x<1)

z =

     0     1     0     0     1

>> z=(x<=y)

z =

     1     1     1     1     0

>> z=(x==y)

z =

     0     0     0     1     0

>> z=(x~=y)

z =

     1     1     1     0     1
```

```
Command Window
>> x=[8 -2 1 4 -1];
>> y=[9 -1 5 4 -2];
>> z=(x<=y)

z =

     1     1     1     1     0

>> z=(x <= y)

z =

     1     1     1     1     0

>> z=(x < = y)
??? z=(x < = y)
           |
Error: The expression to the left of the equals sign is not a valid target for an assignment.

>> z=(x =< y)
??? z=(x =< y)
         |
Error: The expression to the left of the equals sign is not a valid target for an assignment.
```

1.9



```
Command Window
>> x=[-4, -1, 0, 2, 3, 9];
>> y=[-2, 0, 0, 1, 4, 7];
>> z=x&y

z =

     1     0     0     1     1     1

>> z=x|y

z =

     1     1     0     1     1     1

>> z=y<~x

z =

     1     0     1     0     0     0
```

1.10 x = linspace(-2.5, 2.5, 51);   % or x = [-2.5 : 0.1 : 2.5];

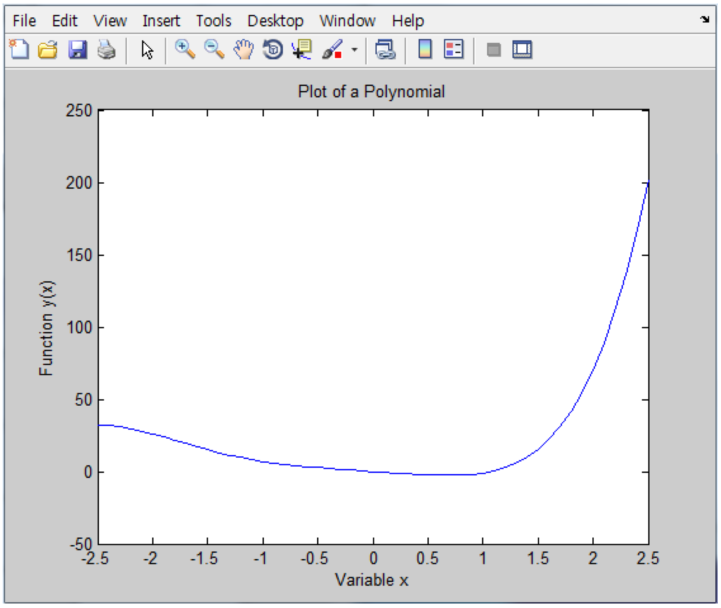
y = x.^5+3*x.^4-5*x;

plot(x, y)

title('Plot of a polynomial')

xlabel('variable x')

ylabel('function y(x)')



1.11 (c), (d)

1.12

Command Window
```
>> A=[1 -2 -1 10 3;-3 -2 4 12 -15;2 -7 0 0 2];
>> x=size(A)

x =

     3     5

>> y=length(A)

y =

     5
```

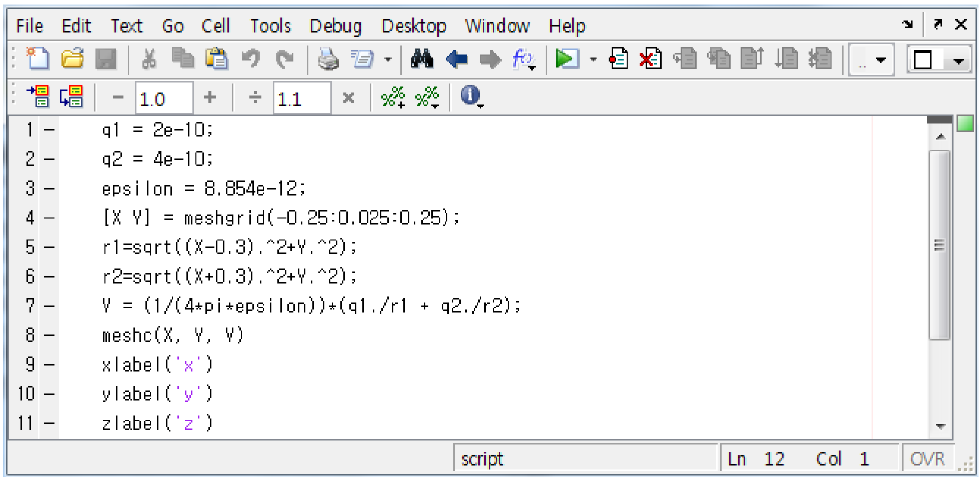
1.13

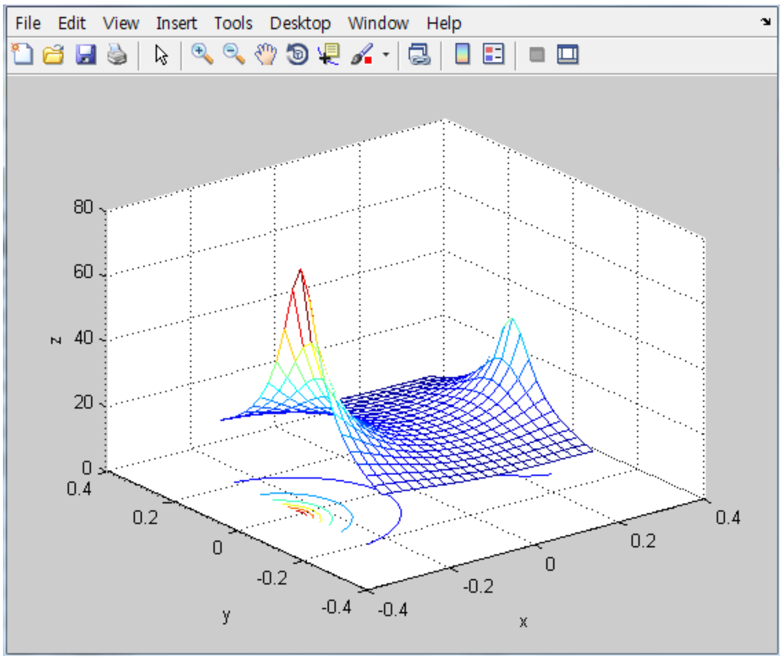
Command Window
```
>> x1=[-7 -2 10 3 6 -1];
>> x2=[-7 -3 12 3 8 1];
>> p=(x2<=x1)

p =

     1     1     0     1     0     0

>> p=find(x2<=x1)

p =

     1     2     4

>> r=x1(x2<=x1)

r =

    -7    -2     3
```

1.14

Command Window
```
>> A=[25, 18, 22, 19, 21, 19, 17, 29];
>> B=[24, 17, 20, 22, 19, 18, 16, 27];
>> C=[19, 13, 22, 17, 23, 17, 20, 28];
>> R1=length(find(A>B&A>C))

R1 =

     4

>> R2=length(find(A>B|C>A))

R2 =

     7

>> R3=~(A>B&A>C)

R3 =

     0     0     1     1     1     0     1     0
```

1.15





1.16 y = [0 + 2.0000i 3 2]

1.17 (a) num3 = 25 +5 = 30

(b) 최종적으로 num3는 3을 출력하게 된다.

1.18 (a) b는 최종적으로 10의 값을 출력한다.

(b) b는 최종적으로 4의 값을 출력하고 순환문을 종료한다.

1.19

```
scores = [77  66  72  75  90];
count = 0;
n = 0;
while n < length(scores)
    n = n + 1;
    if scores(n) > 75
      count = count + 1;
    end
end
display(scores)
display(n)
display(count)
```

script | Ln 14 Col 1 | OVR

Command Window

```
>> P1_19

scores =

    77    66    72    75    90


n =

     5


count =

     2
```

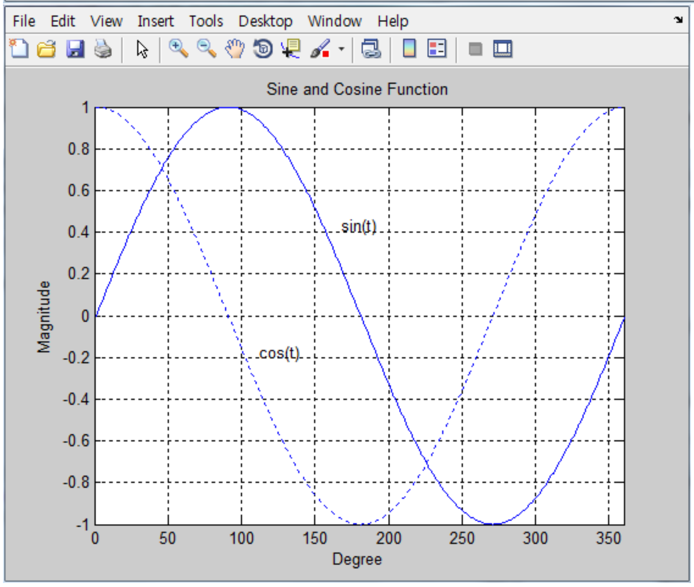
1.20

Command Window

```
>> P1_20

B =

     1     3     1
     1     1     4
```

1.21

```
i=0;
for t=0:pi/180:2*pi
i=i+1;
y(i)=sin(t);
z(i)=cos(t);
end
plot(y);
hold;
plot(z,':');
xlabel('Degree');
ylabel('Magnitude');
title('Sine and Cosine Function');
axis([0 360 -1 1]);
grid;
gtext('sin(t)');
gtext('cos(t)');
```



1.22

```
function [area] = EvalArea(r)
Circle=(pi*r^2);
Cir2Area=2*Circle;
l=2*r;
w=4*r;
Rect=w*l;
area=Rect-Cir2Area
end
```

1.23 function [L, P] = field(W, A)

```
L = (A-W.^2/8)./W;
P = 2*L + W + 2*W/sqrt(2);
```

```
Command Window
>> [L,P]=field(6,80)

L =

   12.5833


P =

   39.6519
```

Chapter 02 연습문제 답안

2.1

```
Command Window
>> A=[6,2,-7;9,5,4;-5,-3,6];
>> b=[55;43;-49];
>> A₩b

ans =

    5.0000
    2.0000
   -3.0000
```

2.2

```
Command Window
>> A=[6,2,-7;9,5,4;-5,-3,6];
>> b=[55;43;-49];
>> inv(A)*b

ans =

    5.0000
    2.0000
   -3.0000
```

2.3

```
Command Window
>> A=[6,2,-7;9,5,4;-5,-3,6];
>> b=[55;43;-49];
>> D=det(A);
>> A1=[55,2,-7;43,5,4;-49,-3,6];
>> D1=det(A1);
>> A2=[6,55,-7;9,43,4;-5,-49,6];
>> D2=det(A2);
>> A3=[6,2,55;9,5,43;-5,-3,-49];
>> D3=det(A3);
>> x=D1/D

x =

     5

>> y=D2/D

y =

     2

>> z=D3/D

z =

    -3
```

2.4 왼쪽 나눗셈과 역행렬을 사용한 양쪽 경우 모두 미지수 x와 y에 대한 값을 찾을 수가 없다. 비정칙행렬 조건인 관계로 각각의 함수의 실행이 불가능하다.

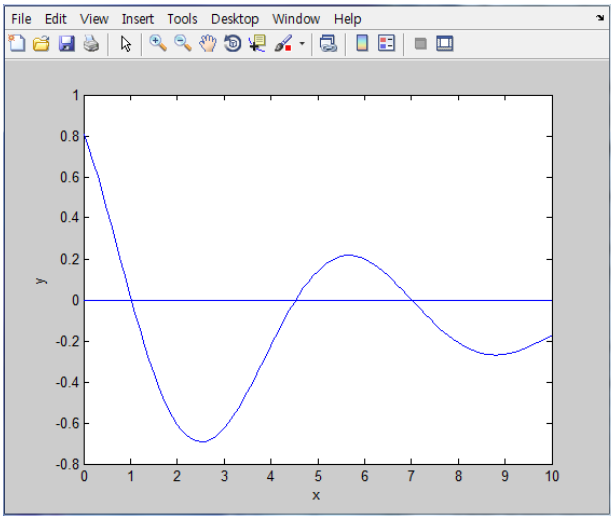
```
Command Window
>> A=[3,-1;3,-1];
>> b=[-4;4];
>> A₩b
Warning: Matrix is singular to working precision.

ans =

   Inf
   Inf

>> inv(A)*b
Warning: Matrix is singular to working precision.

ans =

   NaN
   NaN
```

2.5

```
Command Window
>> A=[1,1,1;9,3,1;25,5,1];
>> b=[6;34;102];
>> C=A₩b;
>> p=C(1)

p =

    5.0000

>> q=C(2)

q =

   -6.0000

>> r=C(3)

r =

    7.0000
```

2.6

```
Command Window
>> fzero('P2_6',0)

ans =

    1.0187

>> fzero('P2_6',5)

ans =

    4.5334

>> fzero('P2_6',9)

ans =

    7.0066
```

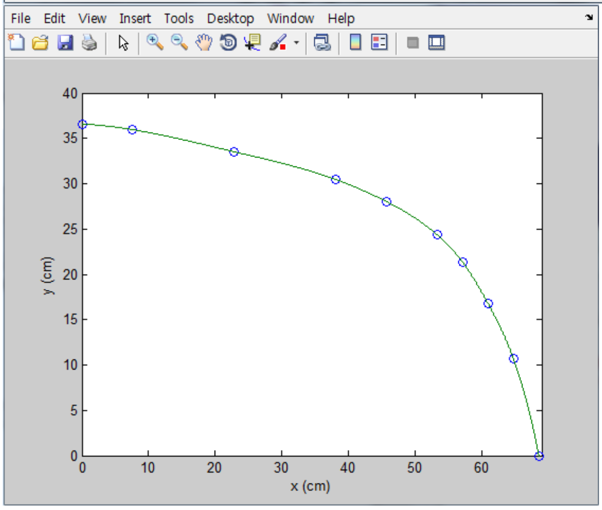


2.7

```
Command Window
>> m3=[1,2,4,5];
>> m4=[1:3,5];
>> p2=[25,20,11,16];
>> p4=[15,11,25,24];
>> p2e=interp1(m3,p2,3)

p2e =

   15.5000

>> p4e=interp1(m4,p4,4)

p4e =

   24.5000
```

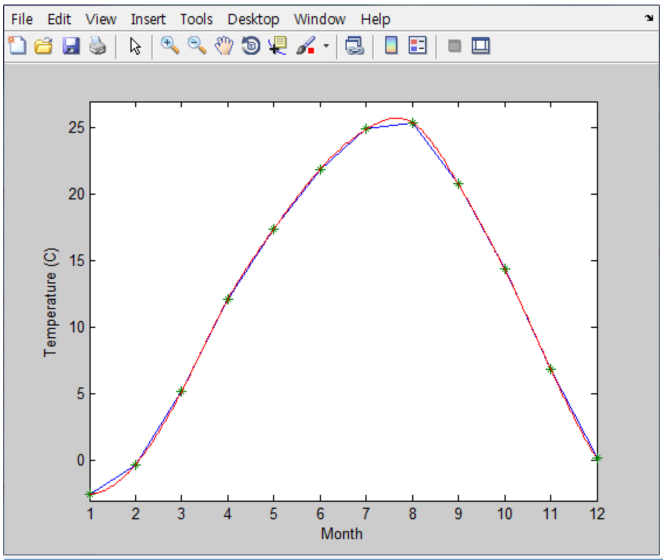
2.8

```
x=[0, 7.62, 22.86, 38.1, 45.72, 53.34, 57.15, 60.96, 64.77, 68.58];
y=[36.58, 35.97, 33.53, 30.48, 28.04, 24.38, 21.34, 16.76, 10.67, 0];
x_int = [0:0.01:69];
y_int = spline(x,y,x_int);
plot(x,y,'o',x_int,y_int);
xlabel('x (cm)');
ylabel('y (cm)');
axis([0 69 0 40]);
```



2.9

```
m=[1:12];
T=[-2.5, -0.3, 5.2, 12.1, 17.4, 21.9, 24.9, 25.4, 20.8, 14.4, 6.9, 0.2];
m_int=[1:0.03:12];
T_int=spline(m,T,m_int);
plot(m,T,m,T,'*',m_int,T_int);
xlabel('Month');
ylabel('Temperature (C)')
axis([1 12 -3 27]);
```




```
Command Window
>> m_est=[3.03, 4.17, 8.48, 10.10];
>> T_est_spline=interp1(m,T,m_est,'spline')

T_est_spline =

    5.4024   13.1259   23.6740   13.6861

>> T_est_linear=interp1(m,T,m_est)

T_est_linear =

    5.4070   13.0010   23.1920   13.6500
```

2.10

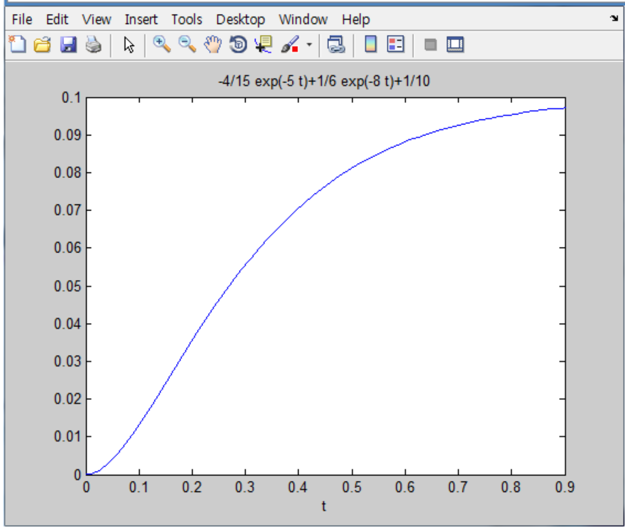
```
Command Window
>> t=[0:10];
>> f=[0,2.37,3.80,4.47,4.39,4.62,4.98,4.63,4.28,3.89,3.25];
>> h=(1/10)*trapz(t,f)

h =

    3.9055
```

2.11

```
Command Window
>> dsolve('Dy+2*y/(10+2*t)=4','y(0)=0')

ans =

(20*t+2*t^2)/(5+t)
```

2.12

```
Command Window
>> sol=dsolve('D2y+13*Dy+40*y=4','y(0)=0','Dy(0)=0')

sol =

-4/15*exp(-5*t)+1/6*exp(-8*t)+1/10


>> ezplot(sol)
>> axis([0 0.9 0 0.1])
```



Chapter 03 연습문제 답안

3.1

```
Command Window
>> format long
>> Fr_dec2bin('97.3125')

ans =

1100001.0101

>> Fr_dec2bin('0.6125')

ans =

0.10011100110011001
```

3.2 $\hat{x} = (1.1000)_2 \cdot 2^6 = (1100000)_2$

절대 오차 = $|x - \hat{x}| = |97 - 96| = 1$

상대 오차 = $\left|\dfrac{x - \hat{x}}{x}\right| = \left|\dfrac{1}{97}\right| = 1.0 \times 10^{-2}$

3.3 $(11.1101)_2 = 2^1 + 2^0 + 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-4} = (3.8125)_{10}$

$(0.10001)_2 = 2^{-1} + 2^{-5} = (0.53125)_{10}$

```
Command Window
>> format long
>> Fr_bin2dec('11.1101')

ans =

   3.812500000000000

>> Fr_bin2dec('0.10001')

ans =

   0.531250000000000
```

3.4 (1) 잘라버림

$$0.1_2 + 0.1_2 = 0.1_2 \cdot 2^1$$

$$0.1_2 + 0.1_2 + 11_2 = (0.01_2 + 0.11_2) \cdot 2^2 = 0.1_2 \cdot 2^3$$

$11_2 + 0.1_2 = (0.11_2 + 0.00_2) \cdot 2^2 = 0.11_2 \cdot 2^2$

$11_2 + 0.1_2 + 0.1_2 = (0.11_2 + 0.00_2) \cdot 2^2 = 0.11_2 \cdot 2^2$

(2) 끝수처리

$11_2 + 0.1_2 = (0.11_2 + 0.01_2) \cdot 2^2 = 0.10_2 \cdot 2^3$

$11_2 + 0.1_2 + 0.1_2 = (0.10_2 + 0.00_2) \cdot 2^3 = 0.1_2 \cdot 2^3$

3.5 (1) 잘라버림

$0.1_2 + 0.1_2 = (0.01_2 + 0.01_2) \cdot 2^1 = 0.01_2 \cdot 2^2$

$0.1_2 + 0.1_2 + 11_2 = (0.01_2 + 0.11_2) \cdot 2^2 = 0.10_2 \cdot 2^3$

(2) 끝수처리

$0.1_2 + 0.1_2 = (0.01_2 + 0.01_2) \cdot 2^1 = 0.01_2 \cdot 2^2$

$0.1_2 + 0.1_2 + 11_2 = (0.01_2 + 0.11_2) \cdot 2^2 = 0.10_2 \cdot 2^3$

3.6 (1) $8 + 4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = (11)_2 \cdot 2^2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 12$

(2) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + 1 + 2 + 4 + 8 = (01)_2 \cdot 2^3 + (01)_2 \cdot 2^3 = (01)_2 \cdot 2^4 = 16$

3.7 왼쪽에서 오른쪽 혹은 오른쪽에서 왼쪽 중 어느 방향으로 실행을 하더라도 그 결과는 다음과 같이 동일하게 된다.

$1 + 1 + 1 + 1 + \cdots + 1 = (10)^2 \cdot 2^1 + 0 + 0 + \cdots + 0 = 4$

3.8 (a) $(1.\overbrace{1\ldots1}^{52 \quad times})_2 \times 2^{1023}$

(b) $(1.\overbrace{0\ldots0}^{52 \quad times})_2 \times 2^{-1022}$

(c) $2^{52}(2046)(2)+1$

여기서 2^{52} 은 $1.111\cdots1$ 과 $1.000\cdots0$ 사이의 조합 가능한 수를 표시하고 2046 은 지수가 -1022 부터 1023 사이에 놓여 있다는 것을 의미한다. 2 는 양과 음의 양쪽 방향의 수를 나타내고 마지막으로 1은 0 값을 표시하고 있다.

3.9 (a) $\hat{x} = 1.6735 \times 10^{-19}$

$\hat{y} = 0$

(b) $|x - \hat{x}| = |1.673534 \times 10^{-19} - 1.6735 \times 10^{-19}| = 0.000034 \times 10^{-19}$

$|x - \hat{x}| = 3.4000 \times 10^{-24}$

$$\left|\frac{x - \hat{x}}{x}\right| = \left|\frac{3.4000 \times 10^{-24}}{1.673534 \times 10^{-19}}\right| = 2.0316 \times 10^{-5}$$

3.10

```
Command Window
>> format long
>> x=1.673534;
>> x_hat=round(x*10000)/10000

x_hat =

   1.673500000000000

>> abs_error=abs(x*10^-19-x_hat*10^-19)

abs_error =

    3.400000000020528e-024

>> rel_error=abs(abs_error/(x*10^-19))

rel_error =

    2.031628876390039e-005
```

3.11 $\sqrt{b^2 - 4ac} = \sqrt{(-14)^2 - 4.00} = 13.8564$

$$\hat{x}_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{14 + 13.9}{2} \approx 14.0$$

$$\hat{x}_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{14 - 13.9}{2} \approx 0.05$$

상대 오차는 다음과 같다.

$|x_1 - \hat{x}_1| = |13.9282 - 14.0| = 0.0718$

$$\left|\frac{x_1 - \hat{x}_1}{x_1}\right| = \left|\frac{0.0718}{13.9282}\right| = 0.005155 \approx 0.00516$$

$|x_2 - \hat{x}_2| = |0.0718 - 0.05| = 0.0218$

$$\left|\frac{x_2 - \hat{x}_2}{x_2}\right| = \left|\frac{0.0218}{0.0718}\right| = 0.3036 \approx 0.304$$

3.12 $$\hat{x}_1 = \frac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}} = \frac{-2}{-14 + 13.9} = 20.0$$

$$\hat{x}_2 = \frac{-2c}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}} = \frac{-2}{-14 - 13.9} = 0.07168 \approx 0.0717$$

상대 오차는 다음과 같다.

$$|x_1 - \hat{x}_1| = |13.9282 - 20.0| \approx 6.07$$

$$\left|\frac{x_1 - \hat{x}_1}{x_1}\right| = \left|\frac{6.07}{13.9282}\right| = 0.4358 \approx 0.436$$

$$|x_2 - \hat{x}_2| = |0.0718 - 0.0717| = 0.0001$$

$$\left|\frac{x_2 - \hat{x}_2}{x_2}\right| = \left|\frac{0.0001}{0.0718}\right| = 0.001393 \approx 0.00139$$

Chapter 04 연습문제 답안

4.1

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 & -3 \\ 1 & -3 & 7 & -2 \\ -3 & -2 & 6 & 1 \\ -1 & 1 & 4 & -3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c}=\begin{bmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

4.2

$$\mathbf{C}^T=\begin{bmatrix} -1 & -1 & 3 \\ -4 & -5 & 5 \\ 4 & -2 & 6 \end{bmatrix}$$

```
Command Window
>> A=[1 0 1;0 1 -1;2 3 3];
>> B=[2 4 -3;1 6 1;-1 -2 -3];
>> C=A-B

C =

    -1    -4     4
    -1    -5    -2
     3     5     6

>> C'

ans =

    -1    -1     3
    -4    -5     5
     4    -2     6
```

4.3

```
Command Window
>> A=[1 0 1;0 1 -1;2 3 3];
>> B=[2 4 -3;1 6 1;-1 -2 -3];
>> C=A-B;
>> (A+B)+C

ans =

     2     0     2
     0     2    -2
     4     6     6

>> A+(B+C)

ans =

     2     0     2
     0     2    -2
     4     6     6
```

4.4 2×2 행렬 $\mathbf{A}$ 와 2×2 행렬 $\mathbf{B}$ 의 곱셈 연산을 손으로 직접 계산하면 다음과 같이 새로운 2×2 행렬을 얻는다. 행렬 $\mathbf{A}$ 와 행렬 $\mathbf{B}$ 의 순서를 바꾸어 곱셈한 결과도 2×2 행렬을 얻는다. 그러나 곱셈에 대한 교환 법칙 $\mathbf{AB}=\mathbf{BA}$ 는 성립 되지 않는다.

$$\mathbf{AB}=\begin{bmatrix} 11\times(-7)+5\times6 & 11\times(-8)+5\times2 \\ (-9)\times(-7)+(-4)\times6 & (-9)\times(-8)+(-4)\times2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -47 & -78 \\ 39 & 64 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{BA}=\begin{bmatrix} (-7)\times11+(-8)\times(-9) & (-7)\times5+(-8)\times(-4) \\ 6\times11+2\times(-9) & 6\times5+2\times(-4) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ 48 & 22 \end{bmatrix}$$

4.5

```
Command Window
>> A=[3 -2 1;6 8 -5;7 9 10];
>> B=[6 9 -4;7 5 3;-8 2 1];
>> C=[-7 -5 2;10 6 1;3 -9 8];
>> (A*B)*C

ans =

         167         287        -125
         -99        -111         308
        1132         562         250

>> A*(B*C)

ans =

         167         287        -125
         -99        -111         308
        1132         562         250
```

4.6 먼저 행렬식이 0이 아닌 경우에만 역행렬을 구할 수 있다.

(1) $\det(A)=(1)(1)(3)+0+0-(2)(1)(1)-0-(1)(2)(-1)=3$

(2) 9개의 소행렬식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 5 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(3) 수반행렬을 구한다.

$$Adj(\mathbf{A})=\begin{bmatrix} 5 & 2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}^T=\begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(4) 여인자를 지정한다.

$$\begin{bmatrix} +(5) & -(-2) & +(-1) \\ -(2) & +(1) & -(-1) \\ +(-2) & -(2) & +(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

(5) 역행렬을 구한다.

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6667 & 0.6667 & -0.3333 \\ -0.6667 & 0.3333 & 0.3333 \\ -0.6667 & -0.6667 & 0.3333 \end{bmatrix}$$

[그림 P4.4]에서 매트랩을 이용한 역행렬 연산을 보여주고 있다.

```
Command Window
>> A=[1 0 1;0 1 -1;2 2 3];
>> det(A)

ans =

     3

>> inv(A)

ans =

    1.6667    0.6667   -0.3333
   -0.6667    0.3333    0.3333
   -0.6667   -0.6667    0.3333
```

그림 P4.4

4.7 문제 4.6의 계수행렬 $\mathbf{A}$ 와 동일한 값을 갖고 있는 선형 시스템이다. 이것을 일반화 된 배열 형태로 쓰면 다음과 같다.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

문제 4.6에서 구한 역행렬과 상수 벡터 $\mathbf{c}$를 $\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{c}$ 대입하면

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} (5)(2)+(2)(1)+(-1)(3) \\ (-2)(2)+(1)(1)+(1)(3) \\ (-2)(2)+(-2)(1)+(1)(3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

위의 결과와 같은 해들을 얻게 된다.

[그림 P4.5]에 매트랩의 왼쪽-나눗셈 연산자를 이용하여 계산된 3개의 해들을 보여주고 있다.

```
Command Window
>> A=[1 0 1;0 1 -1;2 2 3];
>> inv(A);
>> c=[2;1;3];
>> x=inv(A)*c

x =

    3.0000
    0.0000
   -1.0000

>> x=A₩c

x =

     3
     0
    -1
```

그림 P4.5

4.8 $x_1 = 3,\ x_2 = 0,\ x_3 = -1$

4.9 $x_3 = 0,\ x_2 = -1,\ x_1 = 1$

4.10 $x_3 = 0,\ x_2 = -1,\ x_1 = 1$

4.11

```
Command Window
>> A=[1 -1 0 0;-1 5 2 0;0 2 2 2;0 0 2 8];
>> c=[1;3;4;4];
>> Gauss(A,c)

ans =

     1
     0
     2
     0
```

4.12 $x_4 = 4,\ x_3 = 3,\ x_2 = 2,\ x_1 = 1$

4.13 $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -0.7 & 0.2 & 0.3 \\ -1.3 & -0.2 & 0.7 \\ 0.8 & 0.2 & -0.2 \end{bmatrix}$

4.14 $\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -0.7 & 0.2 & 0.3 \\ -1.3 & -0.2 & 0.7 \\ 0.8 & 0.2 & -0.2 \end{bmatrix}$

4.15 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 3/2 \\ 25/2 \end{bmatrix}$

4.16 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 3/2 \\ 25/2 \end{bmatrix}$

4.17 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$

4.18 $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 10 \\ 3 \\ -5 \end{bmatrix}$

4.19

```
Command Window
>> A=[1 5 -1 6;2 -1 1 -2;-1 4 -1 3;3 -7 -2 1];
>> [L,U,P]=lu(A)

L =

    1.0000         0         0         0
    0.3333    1.0000         0         0
    0.6667    0.5000    1.0000         0
   -0.3333    0.2273   -0.6364    1.0000


U =

    3.0000   -7.0000   -2.0000    1.0000
         0    7.3333   -0.3333    5.6667
         0         0    2.5000   -5.5000
         0         0         0   -1.4545


P =

     0     0     0     1
     1     0     0     0
     0     1     0     0
     0     0     1     0
```

```
Command Window
>> c=[19;7;20;-75];
>> d=P*c

d =

   -75
    19
     7
    20

>> y=L₩d

y =

  -75.0000
   44.0000
   35.0000
    7.2727

>> x=U₩y

x =

    2.0000
   10.0000
    3.0000
   -5.0000
```

Chapter 05 연습문제 답안

5.1 $p_2(x) = 0 + x + \dfrac{x^2}{2} \cdot 2 = x + x^2$

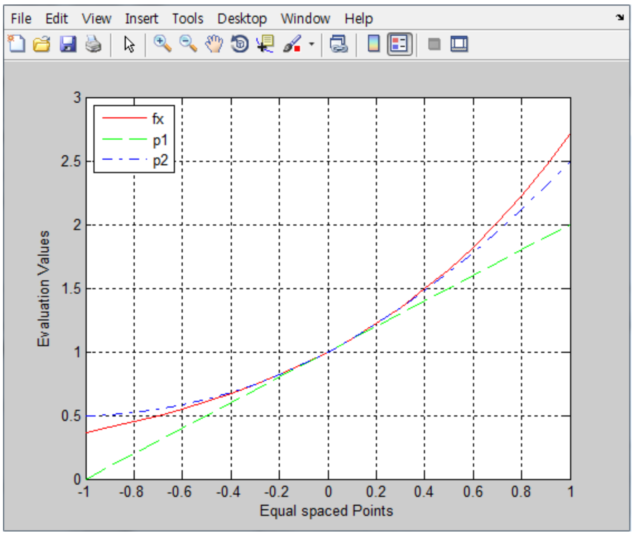
5.2

```
Command Window
>> syms x
>> f=exp(x)*sin(x);
>> taylor(f,3)

ans =

x+x^2
```

5.3 $\left| e^x \sin(x) - p_2(x) \right| \le \dfrac{\pi^3}{384} \left| 2e^0 (\cos(0) - \sin(0) \right| \doteq 0.1615$

5.4 $p_1(x) = f(0) + xf'(0) = 1 + x$

$$p_2(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2} f''(0) = 1 + x + \frac{x^2}{2}$$



```
%Problem 5.4
x=-1.0:0.1:1.0;
fx=exp(x);
p1=1+x;
p2=p1+x.^2/2;
plot(x,fx,'-r',x,p1,'--g',x,p2,'-.b');
h=legend('fx','p1','p2',2);
xlabel('Equal spaced Points');
ylabel('Evaluation Values');
grid;
```

Command Window

```
>> Prob5_4
>> format long
>> m1=max(abs(p1-exp(x)))

m1 =

   0.718281828459046

>> m2=max(abs(p2-exp(x)))

m2 =

   0.218281828459046
```

5.5 $\sqrt[3]{10} \approx p_2(10) = 2 + \dfrac{1}{12}(2) - \dfrac{1}{288}(2)^2 = 2.1528$

5.6 경계 오차 $= \left|\sqrt[3]{10} - p_2(10)\right| \le \max \dfrac{(10-8)^3}{3!}\left|f^3(\alpha)\right| = \left|\dfrac{80}{162} \times (8)^{-8/3}\right|$

경계 오차 ≤ 0.0019

실제 오차 = $\max|\, f(10) - p_2(10)\,| = |\,2.1544 - 2.1528\,| = 0.0016$

5.7 7번 곱셈이 실행되고 있다.

5.8 1차 테일러 다항식: $p_1(x) = f(1) + (x-1)f^{'}(1)$

$p_1(x) = 20 + 68(x-1) = 68x - 48$

오차: $|Error| \le \max_{x\in[0,2]} \frac{(x-1)^2}{2!} |f''(\alpha)| = \frac{1}{2} f''(2)$

2차 미분 항: $f''(x) = 84x^5 + 90x^4 + 40x^3 + 36x^2 + 12x + 6$

5.9 $p_{100}(x) = 20 + 68(x-1) + 134(x-1)^2 + 164(x-1)^3 + 128(x-1)^4 + 62(x-1)^5$

$+17(x-1)^6 + 2(x-1)^7$

5.10 나머지: $p(z) = b_0 = 0$

몫: $q(x) = b_1 + b_2 x + b_3 x^2 + b_4 x^3 + b_5 x^4 + b_6 x^5 + b_7 x^6$

$= 1 + 1x + 1x^2 + 0x^3 - 1x^4 + 1x^5 + 4x^6 = 4x^6 + x^5 - x^4 + x^2 + x + 1$

5.11 $b_0 + (x-z)q(x)$

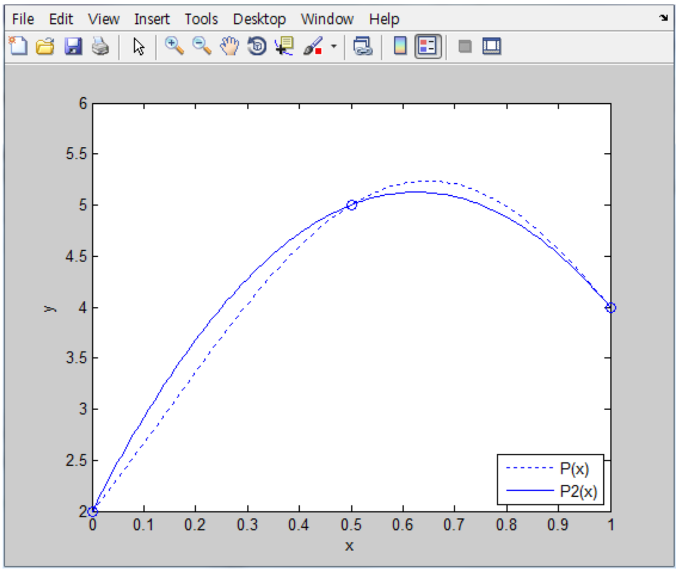
$$
\begin{aligned}
&= b_0 + xq(x) - zq(x) \\
&= b_0 + (b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_{n-1}x^{n-1} + b_n x^n) - z(b_1 x + b_2 x^2 + \cdots + b_{n-1}x^{n-1} + b_n x^n) \\
&= (b_0 - zb_1) + (b_1 - zb_2)x + (b_2 - zb_3)x^2 + \cdots + (b_{n-1} - zb_n)x^{n-1} + b_n x^n \\
&= a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_n x^n \\
&= p(x)
\end{aligned}
$$

Chapter 06 연습문제 답안

6.1 (a) $P(x) = 3 + 2\sin(\pi x) - \cos(\pi x)$

(b) $P_2(x) = -8x^2 + 10x + 2$

(c) 매트랩 그래프



6.2 본문의 식 (6.3b)에 y_0과 y_1 대신에 $f(x_0)$과 $f(x_1)$을 대입하여 풀면 다음의 식을 얻는다.

$$P_1(x) = \frac{(x_1 - x)f(x_0) + (x - x_0)f(x_1)}{x_1 - x_0}$$

문제 풀이를 쉽게 하기 위해서 위의 식 분자 부분에 $(x - x_0)f(x_0)$를 한번씩 더하고 빼준다.

$$P_1(x) = \frac{(x_1 - x)f(x_0) + (x - x_0)f(x_0) - (x - x_0)f(x_0) + (x - x_0)f(x_1)}{x_1 - x_0}$$

분자의 항들을 다시 정리하면 다음과 같은 과정을 보인다.

$$P_1(x) = \frac{(x_1 - x_0)f(x_0) + (x - x_0)[f(x_1) - f(x_0)]}{x_1 - x_0}$$

$$P_1(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}[f(x_1) - f(x_0)]$$

정의된 $\xi = \dfrac{x - x_0}{x_1 - x_0}$ 를 대입하면 다음과 같은 원하는 결과가 된다.

$$P_1(x) = f(x_0) + \xi[f(x_1) - f(x_0)]$$

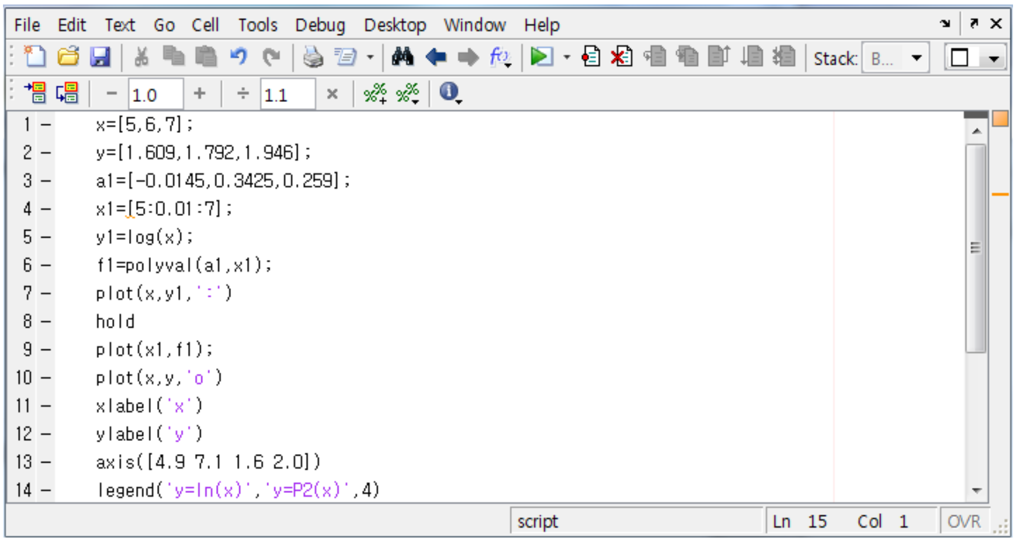
6.3 $f(6.2) - P_1(6.2) = (6.2-6)(6.2-7)\dfrac{f''(c_x)}{2!}$

최종 구하는 경계 오차: $|\ln 6.2 - P_1(6.2)| \le |(6.2-6)(6.2-7)|\left|\dfrac{1}{(6)^2(2)}\right| = 0.0022$

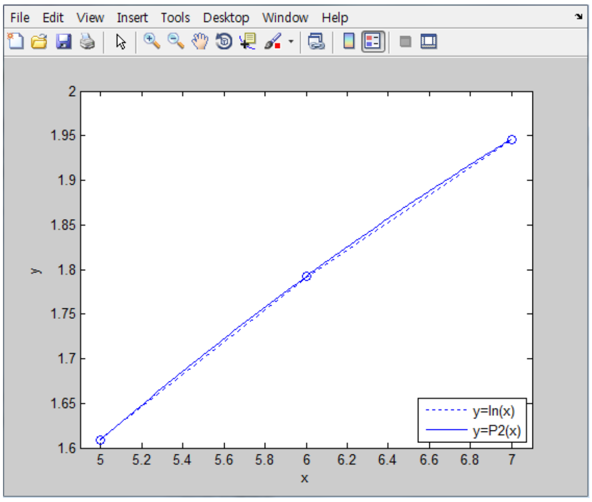
6.4 $f(6.2) - P_2(6.2) = (6.2-5)(6.2-6)(6.2-7)\dfrac{f^{(3)}(c)}{3!}$

최종 구하는 경계 오차: $|\ln 6.2 - P_2(6.2)| \le |(6.2-5)(6.2-6)(6.2-7)|\left|\dfrac{2}{(5)^3(6)}\right| = 0.000512$

6.5



```
x=[5,6,7];
y=[1.609,1.792,1.946];
a1=[-0.0145,0.3425,0.259];
x1=[5:0.01:7];
y1=log(x);
f1=polyval(a1,x1);
plot(x,y1,':')
hold
plot(x1,f1);
plot(x,y,'o')
xlabel('x')
ylabel('y')
axis([4.9 7.1 1.6 2.0])
legend('y=ln(x)','y=P2(x)',4)
```



6.6 최종적으로 구하려는 3차 보간 다항식은 다음과 같게 된다.

$$P_3(x) = -\frac{1}{3}(x-1)(x-2)(x-3) + \frac{1}{2}x(x-2)(x-3) = \frac{1}{6}(x-2)(x-3)(x+2)$$

3차 보간 다항식에 $x = 1/2$ 을 대입하면 $f(1/2)$ 의 근사치를 얻게 된다.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \approx P_3\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}-2\right)\left(\frac{1}{2}-3\right)\left(\frac{1}{2}+2\right) = \frac{25}{16}$$

6.7 $$\left|f\left(\frac{1}{2}\right) - P_3\left(\frac{1}{2}\right)\right| \le \frac{|(1/2-0)(1/2-1)(1/2-2)(1/2-3)|}{4!}M_4 = \frac{5}{128}M_4$$

6.8 $f[1,0.25,0,0.5] = -0.088$

$$P_3(x) = -0.088x^3 - 0.534x^2 + 1.003x + 1$$

6.9 $f'(x) = \frac{1}{x}$, $f''(x) = -\frac{1}{x^2}$

$$0 \le \ln(x) - P_1(x) \approx (x - x_1)(x_2 - x)\left[\frac{1}{2x_1^2}\right]$$

$$m = \frac{2}{h} + 1 = 708.2 \approx 709$$

6.10 $f^{(3)}(x) = \frac{2}{x^3}$

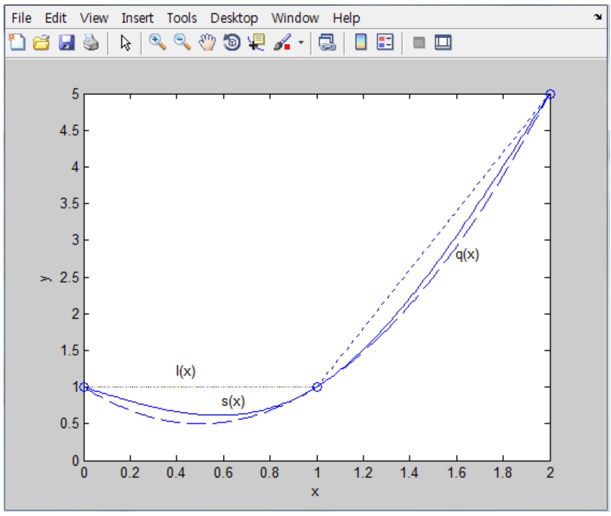
$$m = \frac{2}{h} + 1 = 101.8 \approx 102$$

6.11 (a) $l(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x \le 1 \\ 4x-3, & 1 \le x \le 2 \end{cases}$

(b) $q(x) = 2x^2 - 2x + 1$, $0 \le x \le 2$

(c) $s(x) = \begin{cases} x^3 - x + 1, & 0 \le x \le 1 \\ -x^3 + 6x^2 - 7x + 3, & 1 \le x \le 2 \end{cases}$

6.12



6.13 $l(x)=\begin{cases} -2x+5, & 1\le x\le 2 \\ x-1, & 2\le x\le 3 \\ x-1, & 3\le x\le 4 \\ -x+7, & 4\le x\le 5 \end{cases}$

(1) 구간 $1\le x\le 2$

$$s(x)=\frac{(2-x)^3\cdot 0+(x-1)^3\cdot(129/13)}{6}+(2-x)\cdot 3+(x-1)\cdot 1$$

$$-\frac{1}{6}[(2-x)\cdot 0+(x-1)\cdot(129/13)]=\frac{43}{26}x^3-\frac{129}{26}x^2+\frac{34}{26}x+5$$

(2) 구간 $2\le x\le 3$

$$s(x)=\frac{(3-x)^3\cdot(129/13)+(x-2)^3\cdot(-24/13)}{6}+(3-x)\cdot 1+(x-2)\cdot 2$$

$$-\frac{1}{6}[(3-x)\cdot(129/13)+(x-2)\cdot(-24/13)]=\frac{-51}{26}x^3+\frac{435}{26}x^2-\frac{1180}{26}x+\frac{1054}{26}$$

(3) 구간 $3\le x\le 4$

$$s(x)=\frac{(4-x)^3\cdot(-24/13)+(x-3)^3\cdot(-33/13)}{6}+(4-x)\cdot 2+(x-3)\cdot 3$$

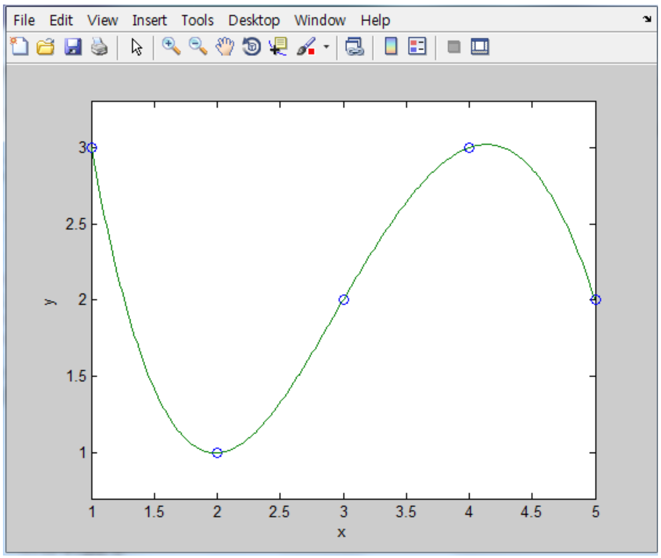
$$-\frac{1}{6}[(4-x)\cdot(-24/13)+(x-3)\cdot(-33/13)]=\frac{-3}{26}x^3+\frac{3}{26}x^2+\frac{116}{26}x-\frac{242}{26}$$

(4) 구간 $4 \le x \le 5$

$$s(x)=\frac{(5-x)^3\cdot(-33/13)+(x-4)^3\cdot 0}{6}+(5-x)\cdot 3+(x-4)\cdot 2$$

$$-\frac{1}{6}[(5-x)\cdot(-33/13)+(x-4)\cdot 0]=\frac{11}{26}x^3-\frac{165}{26}x^2+\frac{788}{26}x-\frac{1138}{26}$$

6.14



Chapter 07 연습문제 답안

7.1 $n=1$인 경우

$a=c=1.5000 \quad \to \quad x_1$

$b \to b=2.0000$

$|\alpha - x_1| = 0.3572$

$n=2$인 경우

$a=c=1.7500 \quad \to \quad x_2$

$b \to b=2.0000$

$|\alpha - x_2| = 0.1072$

$n=3$인 경우

$b=c=1.8750 \quad \to \quad x_3$

$a \to a=1.7500$

$|\alpha - x_3| = 0.0178$

$n=4$인 경우

$a=c=1.8125 \quad \to \quad x_4$

$b \to b=1.8750$

$|\alpha - x_4| = 0.0447$

$n=5$인 경우

$a=c=1.8438 \quad \to \quad x_5$

$b \to b=1.8750$

$|\alpha - x_5| = 0.0134$

$n=6$인 경우

$b = c = 1.8594 \quad \rightarrow \quad x_6$

$a \rightarrow a = 1.8438$
$|\alpha - x_6| = 0.0022 < 0.0030$

7.2 만일 구간 [1, 2]에서 함수의 부호가 바뀌고 $f'(x) > 0$ 이면 주어진 구간 내에 고유한 근이 존재하게 된다. $f(1) = 1 + 1 - 7 = -5$ 와 $f(2) = 8 + 2 - 7 = 3$ 에 대해서 $f(1) \cdot f(2) < 0$ 의 조건이 되어 함수의 부호가 바뀌고 또한 함수 $f(x)$ 를 미분한 $f'(x) = 3x^2 + 1$ 가 주어진 구간[1, 2]에서 x 의 증가함수가 되므로 근이 존재한다.

$n = 1$인 경우
$a = c = 1.5000 \quad \rightarrow \quad x_1$
$b \rightarrow b = 2.0000$

$n = 2$ 인 경우
$b = c = 1.7500 \quad \rightarrow \quad x_2$
$a \rightarrow a = 1.5000$

$n = 3$ 인 경우
$a = c = 1.6250 \quad \rightarrow \quad x_3$
$b \rightarrow b = 1.7500$

$n = 4$ 인 경우
$a = c = 1.6875 \quad \rightarrow \quad x_4$
$b \rightarrow b = 1.7500$

$n = 5$ 인 경우
$a = c = 1.7188 \quad \rightarrow \quad x_5$
$b \rightarrow b = 1.7500$

$n = 6$ 인 경우
$a = c = 1.7344 \quad \rightarrow \quad x_6$
$b \rightarrow b = 1.7500$

$n = 7$ 인 경우
$b = c = 1.7422 \quad \rightarrow \quad x_7$

7.3

```
Command Window
>> bisect(1,2,1.0E-6,10,2)

iteration =

    1.0000    1.0000    2.0000    1.5000   -2.1250    0.5000

iteration =

    2.0000    1.5000    2.0000    1.7500    0.1094    0.2500

iteration =

    3.0000    1.5000    1.7500    1.6250   -1.0840    0.1250

iteration =

    4.0000    1.6250    1.7500    1.6875   -0.5071    0.0625

iteration =

    5.0000    1.6875    1.7500    1.7188   -0.2039    0.0313
iteration =

    6.0000    1.7188    1.7500    1.7344   -0.0485    0.0156

iteration =

    7.0000    1.7344    1.7500    1.7422    0.0301    0.0078

iteration =

    8.0000    1.7344    1.7422    1.7383   -0.0093    0.0039

iteration =

    9.0000    1.7383    1.7422    1.7402    0.0104    0.0020

iteration =

   10.0000    1.7383    1.7402    1.7393    0.0005    0.0010
```

7.4 $n = 1$을 대입하면

$$x_2 = x_1 - f(x_1)\cdot\frac{x_1 - x_0}{f(x_1) - f(x_0)} = 1.0000 - f(1.0000)\cdot\frac{1.0000 - 2.0000}{f(1.0000) - f(2.0000)} = 1.6250$$

반복해서 식 $n=2$와 $n=3$을 순서적으로 대입하면 다음과 같은 근들을 얻게 된다.

$$x_3 = x_2 - f(x_2)\cdot\frac{x_2 - x_1}{f(x_2)-f(x_1)} = 1.6250 - f(1.6250)\cdot\frac{1.6250-1.0000}{f(1.6250)-f(1.0000)} = 1.7980$$

$$x_4 = x_3 - f(x_3)\cdot\frac{x_3 - x_2}{f(x_3)-f(x_2)} = 1.7980 - f(1.7980)\cdot\frac{1.7980-1.6250}{f(1.7980)-f(1.6250)} = 1.7357$$

7.5

```
Command Window
>> secant(2,1,1.0e-6,6,2)

iteration =

     0     2     3

iteration =

    1.0000    1.0000   -5.0000    0.6250

iteration =

    2.0000    1.6250   -1.0840    0.1730

iteration =

    3.0000    1.7980    0.6106   -0.0623

iteration =

    4.0000    1.7357   -0.0356    0.0034

iteration =

    5.0000    1.7391   -0.0011    0.0001

iteration =

    6.0000    1.7392    0.0000   -0.0000
```

7.6 $$x_1 = x_0 - \frac{x_0^3 + x_0 - 7}{3x_0^2 + 1} = 1.7742$$

$$x_2 = x_1 - \frac{x_1^3 + x_1 - 7}{3x_1^2 + 1} = 1.7398$$

$$x_3 = x_2 - \frac{x_2^3 + x_2 - 7}{3x_2^2 + 1} = 1.7392$$

7.7

```
Command Window
>> newton(1.5,1.0e-6,6,2)

iteration =

         0    1.5000   -2.1250    7.7500    0.2742


iteration =

    1.0000    1.7742    0.3589   10.4433   -0.0344


iteration =

    2.0000    1.7398    0.0062   10.0810   -0.0006


iteration =

    3.0000    1.7392    0.0000   10.0745   -0.0000
```

7.8 $n=1$에 대해서

$f(a_1=1.7377)=0.4371$, $f(b_1=2.0000)=-0.6109$

$a_2=x_1=1.8471$, $b_2=b_1=2.0000$

$n=2$ 에 대해서

$a_3=x_2=1.8564$, $b_3=b_2=2.0000$

$n=3$ 에 대해서

$$x_3=a_3-\frac{f(a_3)}{m_3}=1.8564-\frac{f(1.8564)}{-4.2760}=1.8571$$

소수 네 자리까지만을 고려한 결과를 비교해 보면 세 번 반복 실행한 x_2 의 값부터 절대 오차가 0.003보다 작게 된다.

7.9 $a_1 = x_0 = 1.6667$, $b_1 = b_0 = 2.0000$

$n = 1$에 대해서

$a_2 = x_1 = 1.8364$, $b_2 = b_1 = 2.0000$

$n = 2$에 대해서

$a_3 = x_2 = 1.8581$, $b_3 = b_2 = 2.0000$

$n = 3$에 대해서

$a_4 = x_3 = 1.8605$, $b_4 = b_3 = 2.0000$

$n = 4$에 대해서

$$x_4 = a_4 - \frac{f(a_4)}{m_4} = 1.8605 - \frac{f(1.8605)}{7.1825} = 1.8608$$

소수 네 자리까지만을 고려한 결과를 비교해 보면 다섯 번 반복 실행한 x_4의 값이 실제 근 $\alpha \doteq 1.8608$과 일치하고 있다.

7.10

```
Command Window
>> format long
>> [Iteration]=regula('F1',1,2,1e-08,20)

Iteration =

   1.000000000000000   2.000000000000000
   1.666666666666667   2.000000000000000
   1.836363636363636   2.000000000000000
   1.858054525831730   2.000000000000000
   1.860500328707470   2.000000000000000
   1.860771977376867   2.000000000000000
   1.860802097694435   2.000000000000000
   1.860805436799117   2.000000000000000
   1.860805806960824   2.000000000000000
   1.860805847995588   2.000000000000000
   1.860805852544550   2.000000000000000
```

7.11 $|x_1 - x_0| = 0.166666666666667$

$n = 1$을 대입하면

$$x_2 = x_1 - \frac{x_1^3 - 10}{3x_1^2} = 2.154503616042077$$

$$|x_2 - x_1| = 0.012163050624589$$

$n = 2$를 대입하면

$$x_3 = x_2 - \frac{x_2^3 - 10}{3x_2^2} = 2.154434692236913$$

$$|x_3 - x_2| = 0.000068923805164 < 10^{-3}$$

7.12 $|x_1 - x_0| = 1$

$n = 1$을 대입하면

$$|x_2 - x_1| = 0.105263157894737$$

$n = 2$를 대입하면

$$|x_3 - x_2| = 0.052931408275290$$

$n = 3$을 대입하면

$$|x_4 - x_3| = 0.003846906785379$$

$n = 4$를 대입하면

$$|x_5 - x_4| = 0.000086878935575$$

Chapter 08 연습문제 답안

8.1 $T_4 = h\left[\frac{1}{2}f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + \frac{1}{2}f(x_4)\right]$

$$T_4 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\ln(1) + \ln\left(\frac{3}{2}\right) + \ln(2) + \ln\left(\frac{5}{2}\right) + \frac{1}{2}\ln(3)\right] \equiv 1.282104582438160$$

8.2 $T_8 = h\left[\frac{1}{2}f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + f(x_3) + f(x_4) + f(x_5) + f(x_6) + f(x_7) + \frac{1}{2}f(x_8)\right]$

$$T_8 = \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}\ln(1) + \ln\left(\frac{5}{4}\right) + \ln\left(\frac{3}{2}\right) + \ln\left(\frac{7}{4}\right) + \ln(2) + \ln\left(\frac{9}{4}\right) + \ln\left(\frac{5}{2}\right) + \ln\left(\frac{11}{4}\right) + \frac{1}{2}\ln(3)\right]$$

$$= 1.292374908005190$$

적분의 실제 값은 $\int_1^3 \ln x dx = 1.295836866004329$ 이 되어 절대 오차는 3.4620×10^{-3} 가 된다. 문제 8.1의 결과에 대한 절대 오차 1.3732×10^{-2} 와 비교하면 오차가 1/4로 줄었다. 본문에서 설명하였듯이 사다리꼴 공식을 이용한 적분 계산에서 부분 구간의 수를 2배로 늘리면 오차는 1/4 비율로 감소하는 것을 잘 보여주고 있다.

8.3

Command Window

```
>> format long
>> x1=linspace(1,3,5);
>> fx1=log(x1);
>> T4=trapz(x1,fx1)

T4 =

   1.282104582438160

>> x2=linspace(1,3,9);
>> fx2=log(x2);
>> T8=trapz(x2,fx2)

T8 =

   1.292374908005190
```

8.4 $n = \dfrac{5}{h} = \dfrac{5}{1.5492 \times 10^{-4}} = 32275$

8.5 $S_4 = \dfrac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)]$

$$S_4 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}\right)\left[\ln(1) + 4\ln\left(\frac{3}{2}\right) + 2\ln(2) + 4\ln\left(\frac{5}{2}\right) + \ln(3)\right] = 1.295321668286213$$

8.6

$$S_8 = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + 4f(x_3) + 2f(x_4) + 4f(x_5) + 2f(x_6) + 4f(x_7) + f(x_8)]$$

$$S_8 = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\right)\left[\ln(1) + 4\ln\left(\frac{5}{4}\right) + 2\ln\left(\frac{3}{2}\right) + 4\ln\left(\frac{7}{4}\right) + 2\ln(2) + 4\ln\left(\frac{9}{4}\right) + 2\ln\left(\frac{5}{2}\right)\right.$$
$$\left. + 4\ln\left(\frac{11}{4}\right) + \ln(3)\right] = 1.295798349860867$$

적분의 실제 값은 $\int_1^3 \ln x dx = 1.295836866004329$이 되어 절대 오차는 3.8516×10^{-5}가 된다.

문제 8.5의 결과에 대한 절대 오차 5.1520×10^{-4}와 비교하면 오차가 대략 1/16로 줄었다. 본문에서 설명하였듯이 심슨 공식을 이용한 적분 계산에서 부분 구간의 수를 2배로 늘리면 오차는 1/16 비율로 감소하는 것을 잘 보여주고 있다.

8.7

Command Window

```
>> format long
>> f=@(x)log(x);
>> S4=simpson(f,1,3,4)

S4 =

   1.295321668286213

>> S8=simpson(inline('log(x)'),1,3,8)

S8 =

   1.295798349860867
```

8.8 $n = \dfrac{5}{h} = \dfrac{5}{2.0598 \times 10^{-2}} = 243$

8.9 $w_0 = 1,\ w_1 = 1$

8.10 (1) $f(x) = x^2$

$$\theta^2 w_0 + \theta^2 w_1 = \int_{-1}^{1} x^2 dx = \frac{2}{3}$$

(2) $f(x) = x^3$

$$-\theta^3 w_0 + \theta^3 w_1 = \int_{-1}^{1} x^3 dx = 0$$

만일 $\theta^* = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ 의 값을 가지면 피적분 함수 $f(x) = x^2$ 와 $f(x) = x^3$ 에 대해서도 정확하게 된다.

8.11

```
Command Window
>> format long
>> syms x
>> I=int(x.*log(x),1,6)

I =

-35/4+18*log(2)+18*log(3)


>> Real=-35/4+18*log(2)+18*log(3)

Real =

  23.501670446104988
```

8.12

```
Command Window
>> format long
>> Quad=quad(inline('x.*log(x)'),1,6)

Quad =

  23.501670478860024

>> QuadL=quadl(inline('x.*log(x)'),1,6)

QuadL =

  23.501670446110516
```

실제 적분 계산값은 $\int_1^6 x \ln x dx = 23.501670446104988$ 이 된다. 함수 quad 를 사용한 경우의 절대오차는 3.2755×10^{-8} 이 되고 quadl 을 사용한 경우의 절대오차는 5.5280×10^{-12} 가 된다. 그러므로 quadl 을 사용한 경우가 quad 를 사용한 경우보다 절대 오차가 작게 된다.

8.13 $w_0 = \dfrac{3h}{2}$, $w_1 = -\dfrac{h}{2}$

오차 항은 다음과 같은 결과를 얻게 된다.

$$\int_a^{a+h} [f(x) - p_1(x)]dx = \int_a^{a+h} \underbrace{(x-a)(x-(a-h))}_{\geq 0 \quad on \quad [a,a+h]} \frac{f^{(2)}(\xi)}{2!} dx = \frac{5h^3}{12} f^{(2)}(\xi)$$

8.14 $R_{1,1} = \dfrac{h}{2}[f(0) + f(1)] = \dfrac{1}{2}[\sin(0) + \sin(\pi)] = 0$

구한 값들을 본문 차트 형태로 표현하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

0		
0.5	0.666666666666667	
0.603553390593274	0.638071187457698	0.636164822177100

적분 $\int_0^1 \sin \pi x dx$ 의 실제값 0.636619772367581 과 윗 결과를 비교하면 2번의 외삽을 이용한 세번째 열의 값이 가장 좋은 근사치를 보여주고 있다.

8.15

```
Command Window
>> format long
>> I=romberg(inline('sin(pi*x)'),0,1,2)

T-table
-------
  0.000000000000000
  0.500000000000000   0.666666666666667
  0.603553390593274   0.638071187457698   0.636164822177100

E-table
-------
  0.166666666666667
  0.034517796864425 -0.001906365280598

I =

   0.636164822177100
```

Chapter 09 연습문제 답안

9.1

```
Command Window
>> format long;
>> syms x y;
>> dfy=diff(3*cos(x)*log(2*y),y)

dfy =

3*cos(x)/y


>> x_value=subs(dfy,x,0.1*pi)

x_value =

3*cos(1/10*pi)/y


>> y_value=subs(x_value,y,pi)

y_value =

   0.908192074368788
```

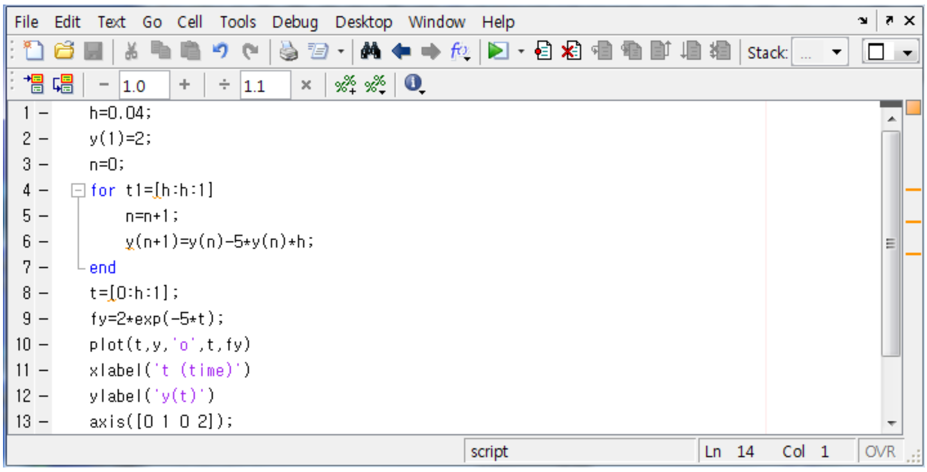
이 문제를 풀기 위한 함수 diff 기본 구문은 다음과 같다.

diff(fx, v)

여기서 fx 는 함수 $f(x,y)=3\cos(x)\ln(2y)$ 를 표시하고 v 는 미분하려는 변수를 표시한다. 함수 subs 에 $x=0.1\pi$ 와 $y=\pi$ 의 값을 대입하는 경우에는 순서에 상관없이 사용할 수 있다.

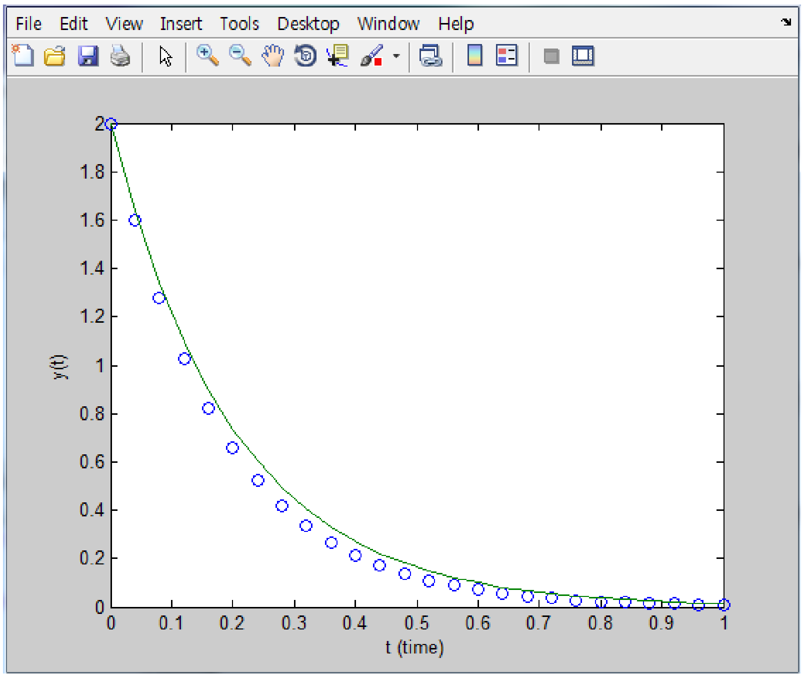
9.2 $y(0.1\pi)=e^{\sin(0.1\pi)}=1.3620855181$

9.3



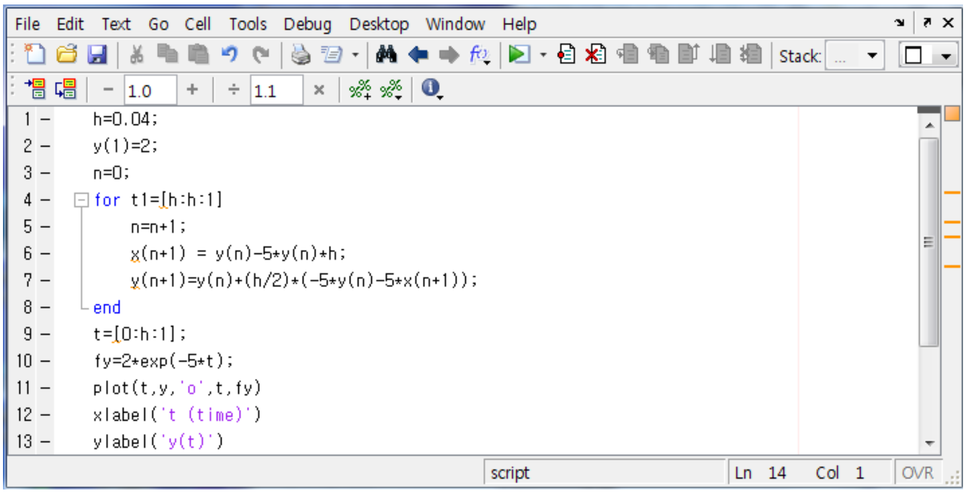
[그림 P9-2]

[그림 P9-3]은 [그림 P9-2]에서 작성한 스크립트 파일의 결과를 보여주는 그래프다. 그래프에서 동그라미들의 연결은 수치적으로 풀어진 곡선을 나타내고 실선의 곡선은 실제 결과를 보여주고 있다.



[그림 P9-3]

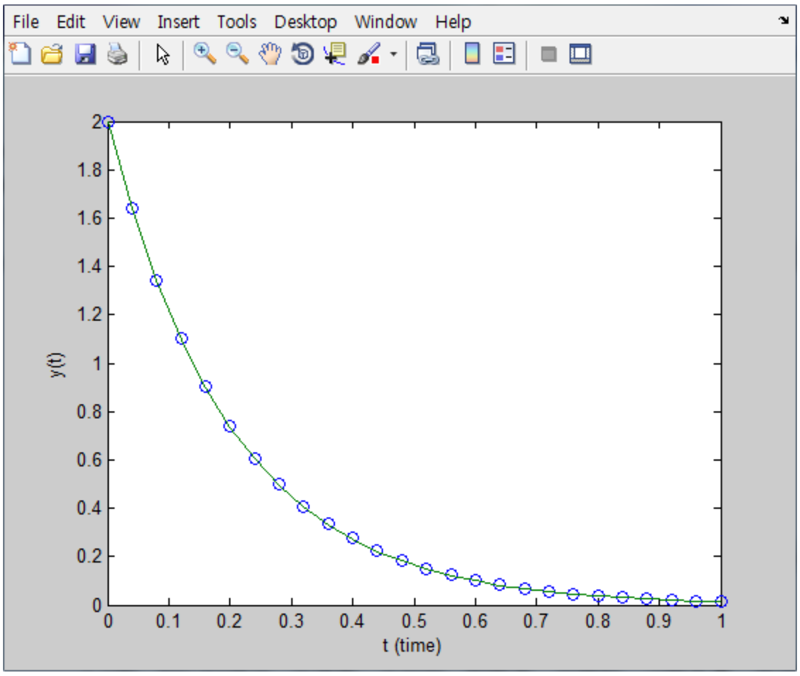
9.4



```
h=0.04;
y(1)=2;
n=0;
for t1=[h:h:1]
    n=n+1;
    x(n+1) = y(n)-5*y(n)*h;
    y(n+1)=y(n)+(h/2)*(-5*y(n)-5*x(n+1));
end
t=[0:h:1];
fy=2*exp(-5*t);
plot(t,y,'o',t,fy)
xlabel('t (time)')
ylabel('y(t)')
```

[그림 P9-4]

[그림 P9-5]에서 수정된 오일러 방법을 실행한 그래프를 보여주고 있다. 수정된 오일러 방법으로 그려진 그래프에서 동그라미의 곡선이 원래 오일러 방법에 비해서 훨씬 실제 결과 곡선에 일치하고 있음을 알 수 있다.



[그림 P9-5]

9.5 $y(0.1\pi) = e^{\sin(0.1\pi)} = 1.3620855181$

9.6 $y(0.1\pi) = e^{\sin(0.1\pi)} = 1.3620855181$

절대오차는 8.6815×10^{-3} 이 된다.

9.7 $y(0.1\pi) = e^{\sin(0.1\pi)} = 1.3620855181$

절대오차는 2.7769×10^{-5} 이 된다.

9.8

```
Command Window
>> format long;
>> yt=dsolve('Dy=y*cos(t)','y(0)=1')

yt =

exp(sin(t))


>> t=0.1*pi;
>> yt=exp(sin(t))

yt =

   1.362085518098737
```

9.9