

생생한 사례로 배우는 확률과 통계

## [I Can Do] 문제 답안 이용 안내

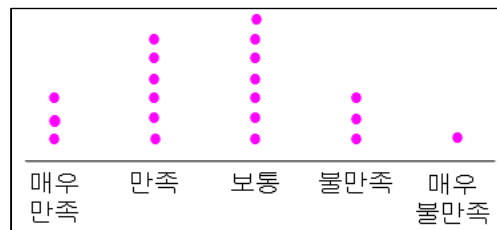
- 본 문제 답안의 저작권은 이재원과 한빛아카데미(주)에 있습니다.
- 이 자료를 무단으로 전제하거나 배포할 경우 저작권법 136조에 의거하여 최고 5년 이하의 징역 또는 5천만원 이하의 벌금에 처할 수 있고 이를 병과(併科)할 수도 있습니다.

# Chapter 01 [I Can Do] 문제 답안

1-1 8

- 1-2 (a) 양적자료, 연속자료  
(b) 양적자료, 연속자료  
(c) 질적자료

1-3 점도표를 그리면 다음과 같다.



1-4 도수표는 다음과 같다.

구분	도수	상대도수	백분율(%)
중국(한국계)	103194	0.3961	39.61
중국	71661	0.2751	27.51
필리핀	16473	0.0632	6.32
일본	12875	0.0494	4.94
베트남	56332	0.2162	21.62

1-5 도수 막대그래프와 백분율 막대그래프를 그리면 다음과 같다.



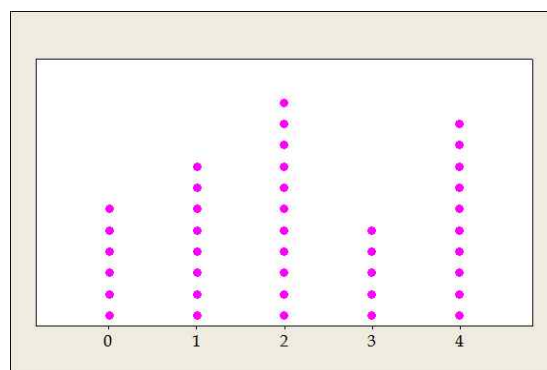
1-6 꺾은선 그래프를 그리면 다음과 같다.



1-7 원그래프를 그리면 다음과 같다.



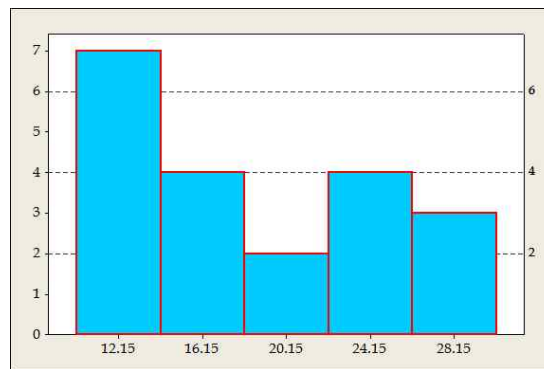
1-8 점도표를 그리면 다음과 같다.



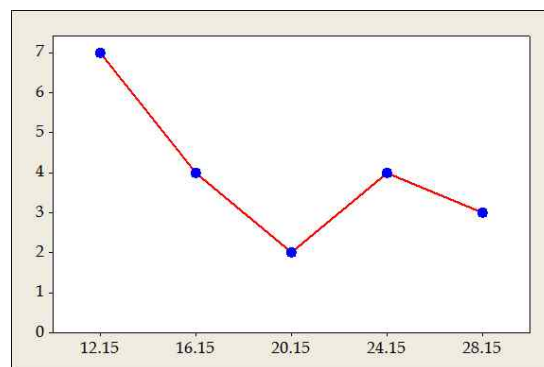
1-9 도수분포표는 다음과 같다.

계급간격	도수	상대도수	누적도수	누적상대도수	계급값
10.15 - 14.15	7	0.35	7	0.35	12.15
14.15 - 18.15	4	0.20	11	0.55	16.15
18.15 - 22.15	2	0.10	13	0.65	20.15
22.15 - 26.15	4	0.20	17	0.85	24.15
26.15 - 30.15	3	0.15	20	1.000	28.15

1-10 도수히스토그램을 그리면 다음과 같다.



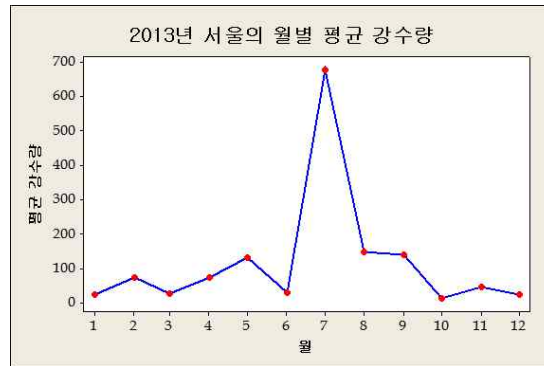
1-11 도수다각형을 그리면 다음과 같다.



1-12 줄기-잎 그림은 다음과 같다.

6	1.4	267788
(10)	1.5	0123455569
14	1.6	13468899
6	1.7	22389
1	1.8	5

1-13 시계열 그림을 그리면 다음과 같다.



## Chapter 02 [I Can Do] 문제 답안

2-1 4.015

2-2 18.55

2-3 평균 : 162.27, 10%-절사평균 : 123.78

2-4 112

2-5 최빈값은 없다.

2-6 46

2-7 1.5

2-8 5523.64

2-9 252.7

2-10 15.8965

2-11 도수분포표를 완성하면 다음과 같다.

계급간격	도수( $f_i$ )	계급값( $x_i$ )	$f_i x_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 f_i$
10.15 - 14.15	7	12.15	85.05	133.4	933.82
14.15 - 18.15	4	16.15	64.60	211.7	846.81
18.15 - 22.15	2	20.15	40.30	273.9	547.81
22.15 - 26.15	4	24.15	96.60	211.7	846.81
26.15 - 30.15	3	28.15	84.45	241.8	725.41
합	20		371.00		3900.66

분산  $s^2 = 205.3$ , 표준편차  $s = \sqrt{205.3} = 14.33$ 이다.

2-12 평균연봉의 변동계수 : 27.52(%), 근속연수의 변동계수 : 32.59(%)

근속연수의 변동계수가 평균연봉의 변동계수보다 크므로 근속연수의 흩어진 정도가 평균연봉에 비하여 상대적으로 약 1.2배 정도 더 크다.

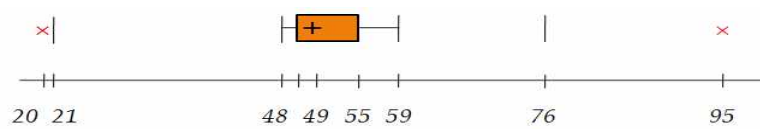
2-13  $z$ -점수는 다음과 같다.

$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$
170	-20.2	-1.2707
182	-8.2	-0.5158
193	2.8	0.1761
193	2.8	0.1761
213	22.8	1.4343

2-14  $P_{30} = x_{(8)} = 42$ ,  $Q_1 = 39$ ,  $Q_2 = 58.5$ ,  $Q_3 = 74$

2-15 35

2-16 상자그림을 그리면 다음과 같다.



2-17 2.4

2-18 0.9114

## Chapter 03 [I Can Do] 문제 답안

3-1 표본공간과 1의 눈이 꼭 한 번 나오는 사건은 각각 다음과 같다.

$$S = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6) \\ (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6) \\ (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6) \\ (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6) \\ (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \end{array} \right\}, \quad A = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \\ (2,1), (3,1), (4,1), (5,1), (6,1) \end{array} \right\}$$

3-2  $A = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$

3-3 (a)  $A \cap B = \{(3,3), (3,6), (6,3), (6,6)\}$

(b)  $(A \cap B) \cap C = \{(3,3)\}$

(c)  $(A \cap B) \cap C = \{(3,3)\}$

3-4 (a) 어느 두 사건도 공통인 원소를 갖지 않으므로  $A, B, C$  그리고  $D$ 는 쌍마다 배반이다.

(b)  $A^c = \{HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$ , 적어도 한 번 뒷면이 나오는 사건이다.

3-5  $P(A) = \frac{1}{8}, P(B) = \frac{3}{8}, P(C) = \frac{3}{8}, P(D) = \frac{1}{8}$

3-6 0.0278

3-7  $\frac{7}{8}$

3-8 0.615

3-9 (a) 0.424 (b) 0.344 (c) 0.4104 (d) 0.5058

3-10 (a) 0.1389 (b) 0.125

3-11 (a) 0.0015 (b) 0.9215 (c) 0.077

3-12 0.844

3-13 (a) 0.455

(b) 보통 : 0.26374, 고급 : 0.46154, 최상 : 0.27472



## Chapter 04 [I Can Do] 문제 답안

- 4-1 (a) 이산확률변수이다.  
(b) 이산확률변수가 아니다.  
(c) 이산확률변수이다.  
(d) 이산확률변수이다.  
(e) 이산확률변수가 아니다.

4-2 상태공간과 확률질량함수는 각각 다음과 같다.

$$S_X = \{2, 3, \dots, 12\}$$
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{36}, & x = 2, 12, & \frac{2}{36}, & x = 3, 11 \\ \frac{3}{36}, & x = 4, 10, & \frac{4}{36}, & x = 5, 9 \\ \frac{5}{36}, & x = 6, 8 & \frac{6}{36}, & x = 7, \\ 0, & \text{다른 곳에서} \end{cases}$$

4-3 (a)  $k = 1$  (b)  $\frac{9}{10}$

4-4 (a)  $\frac{9}{10}$  (b)  $\frac{3}{4}$

4-5 분포함수는 다음과 같다.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{8}, & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2}, & 1 \leq x < 2 \\ \frac{7}{8}, & 2 \leq x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

4-6 확률질량함수는 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} 0.20, & x = 0 \\ 0.25, & x = 5 \\ 0.40, & x = 10 \\ 0.15, & x = 15 \\ 0, & \text{다른 곳에서} \end{cases}$$

4-7 (a)  $P(4 < X \leq 12) = 0.65$

$$P(3 \leq X \leq 14) = 0.65$$

(b)  $P(4 < X \leq 12) = f(5) + f(10) = 0.25 + 0.4 = 0.65$

$$P(3 \leq X \leq 14) = f(5) + f(10) = 0.25 + 0.4 = 0.65$$

4-8 (a) 연속확률변수가 아니다. (이산확률변수이다.)

(b) 연속확률변수이다.

(c) 연속확률변수이다.

(d) 연속확률변수이다.

4-9 (a)  $k = \frac{1}{2}$

$$(b) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}x & , 0 \leq x \leq 2 \\ -\frac{1}{4}x + 1 & , 2 < x \leq 4 \\ 0 & , \text{다른 곳에서} \end{cases}$$

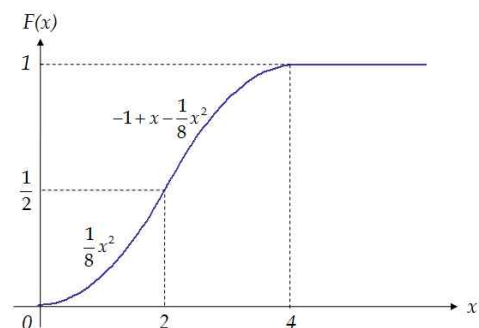
(c) 0.28125

(d) 0.4375

(e) 0.28125

4-10 (a) 분포함수와 그래프는 다음과 같다.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{1}{8}x^2 & , 0 \leq x < 2 \\ -1 + x - \frac{1}{8}x^2 & , 2 \leq x < 4 \\ 1 & , x \geq 4 \end{cases}$$



(b) 0.28125

(c) 0.4375

(d) 0.28125

4-11  $f(x) = \frac{1}{3}x^2, \quad -1 \leq x \leq 2$

4-12 5.5

4-13  $\frac{5}{4}$

4-14 (a)  $E(X) = 1, E(Y) = E(3X) = 3$

(b)  $E(X) = \frac{1}{3}, E(Y) = E(3X) = 1$

4-15 (a)  $\sigma^2 = \frac{1}{2}, \sigma = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(b)  $\sigma^2 = \frac{2}{9}, \sigma = \sqrt{\frac{2}{9}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

4-16 왜도는  $s = 0$ 이고 첨도는  $k = \sqrt{\frac{2}{3}} = 0.8165$ 이다.

그러므로 분포 모양은  $x = 0$ 에 대해 대칭이고 봉우리 모양은 납작하다.

4-17 (a)  $P(3 \leq X \leq 9) = \frac{5}{9}$

(b)  $P(|X - 6| \geq 9) = \frac{77}{81}$

## Chapter 05 [I Can Do] 문제 답안

5-1 (a) 0.09 (b) 0.36 (c) 0.5 (d) 0.77

5-2 (a)  $X$ 의 주변확률질량함수는 다음과 같다.

$X$	0	1	2
$f_X(x)$	0.12	0.64	0.24

(b) 확률변수  $Y$ 의 주변확률질량함수는 다음과 같다.

$Y$	0	1	2
$f_Y(y)$	0.23	0.42	0.35

(c) 0.76

(d) 0.65

5-3 (a)  $X$ 의 주변확률질량함수는 다음과 같다.

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & x = 0, 1 \\ 0, & \text{다른 곳에서} \end{cases}$$

(b) 결합확률질량함수는 다음과 같다.

$$f_{YZ}(y, z) = \begin{cases} \frac{1}{4}, & (y, z) = (0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1) \\ 0, & \text{다른 곳에서} \end{cases}$$

5-4  $\frac{1}{6}$

5-5  $\frac{1}{2}$

5-6 (a)  $f_X(x) = \frac{1}{2}$

(b)  $f_{XZ}(x, z) = \frac{1}{4}$

©  $P(X+Z > 2) = \frac{1}{2}$

5-7 (a)  $F(x, y) = \frac{1}{4}xy$

(b)  $P(X \leq 1, Y \leq 1) = \frac{1}{4}$

(c)  $P(1 < X \leq 1.5, 0 < Y \leq 1.2) = 0.15$

5-8 (a)  $F_X(x) = \frac{1}{2}x, \quad 0 < x < 2$

(b)  $f_X(x) = \frac{1}{2}, \quad 0 < x < 2$

5-9 (a)  $X$ 의 주변확률밀도함수  $f_X(x)$ 는 다음과 같다.

$x$	0	1	2	3	4
$f_X(x)$	0.100	0.201	0.527	0.132	0.040

(b) 다음 표와 같다.

$y$	0	1	2	3
$P(Y = y   X = 2)$	$\frac{144}{527}$	$\frac{135}{527}$	$\frac{133}{527}$	$\frac{115}{527}$

(c)  $\frac{412}{527}$

5-10 (a)  $f_X(y) = \frac{1}{4}$

(b)  $f(y|2) = \frac{1}{4}, \quad 0 < y < 4$

(c)  $\frac{1}{2}$

5-11 (a)  $X$ 와  $Y$ 의 주변확률밀도함수는 각각 다음과 같다.

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{8}, & x = 0 \\ \frac{3}{8}, & x = 1, 2 \\ 0, & \text{다른 곳에서} \end{cases}, \quad f_Y(y) = \begin{cases} \frac{2}{8}, & y = 1 \\ \frac{3}{8}, & y = 0, 2 \\ 0, & \text{다른 곳에서} \end{cases}$$

(b)  $x = 0, y = 0$ 에 대해  $f(0, 0) = \frac{1}{8} \neq f_X(0)f_Y(0) = \frac{2}{8} \times \frac{3}{8}$  이므로  $X$ 와  $Y$ 는 독립이 아니다.

5-12 (a)  $X$ 와  $Y$ 의 주변확률밀도함수는 각각 다음과 같다.

$$f_X(x) = 2x, \quad 0 < x < 1$$

$$f_Y(y) = 3y^2, \quad 0 < y < 1$$

(b)  $0 < x < 1, 0 < y < 1$ 인 모든  $(x, y)$ 에 대해 다음이 성립하고  $X$ 와  $Y$ 는 독립이다.

$$f(x, y) = 6xy^2 = f_X(x)f_Y(y) = (2x)(3y^2)$$

5-13  $\frac{1}{108}$

5-14 (a)  $E(X) = \frac{9}{8}, \quad Var(X) = \frac{39}{64}$

(b)  $E(XY) = \frac{7}{8}$

5-15  $\frac{2}{3}$

5-16  $Y$ 의 조건부 평균 :  $\mu_{Y|X=1} = \frac{3}{4}$ , 조건부 분산 :  $\sigma_{Y|X}^2 = \frac{3}{80}$

5-17 (a)  $Cov(X, Y) = 0$

(b)  $\rho = 0$

## Chapter 06 [I Can Do] 문제 답안

6-1  $\mu = \frac{9}{2}, \sigma^2 = \frac{21}{4}$

6-2 (a)  $\mu = \frac{1}{3}, \sigma^2 = \frac{2}{9}$

(b)  $\frac{4}{9}$

6-3  $f(x) = \binom{4}{x}(0.9)^x(0.1)^{4-x} (x=0, 1, 2, 3, 4), \mu = 3.6, \sigma^2 = 0.36$

6-4 0.9963

6-5 (a)  $f(x) = \frac{\binom{4}{x}\binom{6}{4-x}}{\binom{10}{4}} = \frac{1}{210} \binom{4}{x}\binom{6}{4-x}, x=0, 1, 2, 3, 4$

(b)  $\mu = 1.6, \sigma = 0.8$

(c)  $\frac{3}{7}$

6-6 (a)  $f(x) = \frac{\binom{4}{x}\binom{36}{4-x}}{\binom{40}{4}} = \frac{1}{91390} \binom{4}{x}\binom{36}{4-x}, x=0, 1, 2, 3, 4$

(b) 0.0414

(c) 0.0486

6-7 (a)  $f(x) = (0.05)(0.95)^{x-1}, x=1, 2, \dots$

(b) 20

(c) 0.04

6-8 (a) 200

(b) 0.04889

(c) 0.0049

(d) 0.00488

6-9 (a) 400(명)

(b)  $f(x) = (x-1)(0.005)^2 (0.995)^{x-2}$ ,  $x = 2, 3, \dots$

(c) 0.0002

6-10 0.003

6-11 (a)  $f(x) = \frac{2^x e^{-2}}{x!}$ ,  $x = 0, 1, 2, \dots$

(b) 0.8647

(c) 0.2707

6-12 (a)  $P(X \leq 2) = 0.238$

(b)  $P(X = 3) = 0.195$

(c)  $P(X \geq 4) = 0.567$

6-13 (a)  $f(x, y, z) = \binom{10}{x, y, z} (0.25)^x (0.6)^y (0.15)^z = \frac{10!}{x! y! z!} (0.25)^x (0.6)^y (0.15)^z$

단,  $x + y + z = 10$ ,  $x, y, z = 0, 1, \dots, 10$

(b) 0.03588

(c)  $\mu_Z = 1.5$  분산 :  $\sigma_Y^2 = 1.275$

(d)  $Cov(X, Y) = 0.5$ ,  $\rho = -0.5145$

6-14 (a)  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{84.6}, & 0 \leq x \leq 84.6 \\ 0, & \text{다른 곳에서} \end{cases}$ ,  $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{84.6}, & 0 \leq x < 84.6 \\ 1, & x \geq 84.6 \end{cases}$

(b)  $\mu = 42.3$   $\sigma^2 = 596.43$

(c) 0.0946

(d) 0.5102

6-15 (a)  $f(x) = 5e^{-5x}$ ,  $x > 0$

(b)  $\mu = \frac{1}{5}$ (일),  $\sigma^2 = \frac{1}{25}$ (일)

(c)  $F(x) = 1 - e^{-5x}$

6-16 0.5353

6-17 (a)  $f(x) = \frac{1}{\Gamma(3)(1/10)^3} x^2 e^{-10x} = 500x^2 e^{-10x}$ ,  $x > 0$

(b)  $\mu = 0.3$ (분),  $\mu = 0.03$ (분)

(c)  $1 - \frac{73}{18} e^{-10}$



6-18 (a)  $f(x) = 60x^2(1-x)^3, \quad 0 < x < 1$

(b)  $\frac{4}{7}$

(c) 0.07047

6-19 (a)  $F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{9}\right), \quad x > 0$

$$P(X \leq 4) = 0.8310$$

(d)  $\mu = \frac{3\sqrt{\pi}}{2}, \quad \sigma^2 = 9\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$

6-20 (a)  $\mu = \frac{3}{2}, \quad \sigma^2 = \frac{3}{4}$

(b)  $\frac{7}{64}$

## Chapter 07 [I Can Do] 문제 답안

7-1 (a)  $P(Z \leq 1.54) = 0.9382$

(b)  $P(Z \geq 1.27) = 0.1020$

7-2 (a)  $P(Z \leq -1.78) = 0.0375$

(b)  $P(Z \geq -2.26) = 0.9881$

(c)  $P(-2.12 \leq Z \leq 1.75) = 0.9429$

7-3 0.7416

7-4 (a) 0.0668 (b) 0.0238 (c) 0.1587

7-5 (a) 103.87 (b) 108.43 (c) 94.12

7-6 (a)  $U \sim N(10, 8)$  (b) 0.6826 (c)  $u_0 = 16.2$

7-7 (a)  $\bar{X} \sim N\left(10, \frac{2}{5}\right)$  (b) 0.7763

7-8 0.9856

7-9 (a) 0.7033 (b) 0.6231

7-10 0.6971

7-11 18.48

7-12 (a) 2.764 (b) -1.812 (c) 3.581

7-13  $f_l = 0.4255, f_r = 2.77$

7-14 (a) 0.1036 (b) 372.412

7-15 (a)  $f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}, -\infty < x < \infty$

(b)  $f(y|x=1) = \frac{1}{\sqrt{(1.28)\pi}} \exp\left(-\frac{(y-0.8)^2}{1.28}\right), -\infty < y < \infty$

## Chapter 08 [I Can Do] 문제 답안

- 8-1 (a)  $\bar{X} \sim N(10, 0.089^2)$   
(b) 0.0418

- 8-2 (a)  $T = \frac{\bar{X} - 30}{3/\sqrt{10}} \sim t(9)$   
(b) 이 회사에서 생산된 배터리는 판매할 수 있다.

- 8-3 (a)  $\bar{X} \approx N(46, 0.2^2)$   
(b) 0.9876  
(c) 49.29

- 8-4 (a) 0.1462  
(b) 0.0228

- 8-5 (a)  $V = \frac{9S^2}{0.00015} \sim \chi^2(9)$   
(b) 11.4  
(c) 0.25

- 8-6 (a)  $\bar{X} - \bar{Y} \sim N(5, 0.64^2)$   
(b) 0.0062

- 8-7 (a)  $\bar{X} - \bar{Y} \sim N(4, 0.781^2)$   
(b) 0.8945  
(c) 5.53

- 8-8 0.025

- 8-9 0.0257

- 8-10 0.4582

- 8-11 0.0201

- 8-12 25.128

- 8-13  $k = 17.2$

## Chapter 09 [I Can Do] 문제 답안

9-1  $E(X_i) = \mu, i = 1, 2, \dots, n$  이므로 다음을 얻는다.

$$E(\bar{X}) = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(X_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu = \frac{1}{n}(n\mu) = \mu$$

따라서 표본평균  $\bar{X}$ 는 모평균  $\mu$ 에 대한 불편추정량이다.

9-2  $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_4$ 는 모평균  $\mu$ 에 대한 불편추정량이고  $\hat{\mu}_3$ 은 편의추정량이다.

9-3  $\hat{\mu}_2$

9-4 (9.02, 10.98)

9-5 (14.2552, 15.7448)

9-6 (1.5088, 2.4912)

9-7 (0.5842, 1.2158)

9-8 (0.0913, 0.2087)

9-9 (-0.0133, 0.0283)

9-10 68

9-11 45

9-12 1,286

## Chapter 10 [I Can Do] 문제 답안

10-1 (a) (20.22, 22.78)

(b) 귀무가설  $H_0$ 를 채택한다.

(c) 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

10-2 (a) 귀무가설  $H_0$ 를 기각할 수 없다.

(b) 귀무가설  $H_0$ 를 기각할 수 없다.

(c) 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

10-3 (a) 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

(b) 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

(c) 귀무가설  $H_0$ 를 기각할 수 없다.

10-4 (a) 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

(b) 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

10-5 크기 50인 표본에 의한 검정에서 귀무가설을 기각할 수 없으나, 크기 500인 표본에 의한 검정에서 귀무가설을 기각한다.

10-6 귀무가설을 기각할 수 없다.

10-7 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

## Chapter 11 [I Can Do] 문제 답안

11-1 (1.43, 1.57)

11-2 (49.0, 147.6)

11-3 (0.69, 3.71)

11-4 (a) 귀무가설  $H_0$ 를 기각할 수 없다.

(b) 유의수준 5%에서 귀무가설  $H_0$ 을 기각하고 유의수준 1%에서 귀무가설  $H_0$ 을 기각할 수 없다.

11-5 귀무가설  $H_0$ 를 기각할 수 없다.

11-6 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

11-7 귀무가설  $H_0$ 를 기각한다.

11-8 (-0.13, 1.13)

11-9 귀무가설을 기각한다.

11-10 (a) (0.00043, 0.00303)

(b) (0.021, 0.055)

11-11 (0.12, 4.4)

11-12 귀무가설  $H_0 : \sigma^2 = 6.25$ 을 기각할 수 없다.

11-13 귀무가설을 기각할 수 없다.

11-14 두 모분산이 동일하다는 주장은 타당성이 있다.

11-15 귀무가설을 기각할 수 없다.

## Chapter 12 [I Can Do] 문제 답안

12-1 (a)  $F_{X(t)}(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x}{|\sin(t + (\pi/3))|} & , x \geq 0 \end{cases}$

(b)  $f_{X(t)}(x) = \delta(x)$

12-2 0.0144

12-3 (a) 0.777 (b) 0.2231 (c) 0.594

12-4 (a)  $N(t) \sim P(2.5t)$  (b) 0.560

12-5 추이행렬은 다음과 같다.

$$P = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

12-6 (a)  $\frac{3}{4}$  (b)  $P_{21}^3 = \frac{107}{216}$  (c)  $\frac{1}{6}$

12-7  $\frac{33}{128}$

12-8 상태공간은 기약동치류이다. 상태  $i$ ,  $i = 0, 1, 2, 3$ 의 주기는  $d(i) = 1$ 이다.

12-9 상태공간은 기약동치류이다. 상태 0은 재귀적이다. 다른 모든 상태는 상태 0과 상호도달가능하므로 모든 상태 0, 1, 2, 3은 재귀적이다.