

5.1 연습문제

1. $31/72$

3. 0.00010000250006

8. ≈ 0.70833

9. $T(f; P) = 0.775; \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 1} \approx 0.7854;$

오차=0.0104

13.

h	2	1	$1/2$	$1/4$
T	2	1	1	1

14. $n \geq 1607439$; 너무 작다.

15. $T = \frac{1}{n^3} \left[\frac{1}{6}(n-1)(2n-1)n \right] + \frac{1}{2n}$

19. 0.000025

20. $T(f; P) \approx 4.37132$

21. $T(f; P) \approx 0.43056$

22. $|\text{오차항}| \leq 0.3104$

23. $T(f; P) = 7.125$; 주어진 데이터에서 계산할 수 없다.

24. (a) 어떤 $\xi \in (a, b)$ 에서 $-\frac{1}{2}(b-a)hf'(\xi)$

(b) 어떤 $\xi \in (a, b)$ 에서 $-\frac{1}{6}(b-a)h^2f''(\xi)$

25. (a) $\frac{1}{24}h^3f''(\xi)$

(b) $\frac{1}{24} \sum_{i=1}^n h_i^3 f''(\xi_i)$

(c) $\frac{1}{24}(b-a)h^2f''(\xi)$

29. $[0, 1]$ 에서 $F(x) = x^n$ ($n > 3$), $\{0, 1\}$ 포함

30. $\int_a^b f(x)dx \leq T$

31. $n \geq 1155$

34. $-\frac{1}{2}(b-a)hf'(\xi)$

35. $\int_a^b f(x) dx = h \sum_{i=0}^{2^n} f(a+ih) + E$

($\xi \in (a, b)$ 에서 $E = \frac{1}{2}(b-a)hf'(\xi)$ 일 때)

5.1 컴퓨터 연습문제

2. (a) 2

(b) 1.71828

(c) 0.43882

9. 0.94598385; 0.94723395

11. (a) 4.84422

5.2 연습문제

1. 13

3. $-\frac{136}{15}$

5. 4.267

7. 별로 효과가 없다.

8. $R(1, 1) = \frac{h}{3}\{f(-h) + 4f(0) + f(h)\}$ 은 심프슨 공식이다.

10. $1 + 2^{m-1}$

13. $R(2, 2) = \frac{2h}{45} [7f(a) + 32f(a+h) + 12f(a+2h) + 32f(a+3h) + 7f(b)]$

14. $X = (27v - u)/26$

15. $Z = \frac{4096}{2835}f\left(\frac{h}{8}\right) - \frac{1344}{2835}f\left(\frac{h}{4}\right) + \frac{84}{2835}f\left(\frac{h}{2}\right) - \frac{1}{2835}f(h)$

17. $x_{n+1} + n^3(x_{n+1} - x_n)/(3n^2 + 3n + 1)$

18. $|I - R(n, m)| = \mathcal{O}(h^{2m})$ as $h \rightarrow 0$

22. $R(n+1, m+1) = R(n+1, m) + [R(n+1, m) - R(n, m)]/(8^m - 1)$

23. $\int_a^b f(x) dx - R(n, 0) \approx c4^{-(n+1)}$ 를 보여라.

24. 식 (2)에서 $m=1$, $n \rightarrow \infty$ 로 둔다.

27. $E = A_{2m}(2\pi) \left(\frac{2\pi}{4}\right)^{2m} [\pm 4^{2m} \cos(4\xi)] \pm (2\pi)^{2m+1} 4^{2m+1} A_{2m} \cos(4\xi)$

5.2 컴퓨터 연습문제

1. $R(7,7) = 0.499969819$
5. $R(5,0) = 1.813799364$
6. $\frac{2}{9} = 0.22222 \dots$
7. 0.62135732
9. 0.61748
11. $R(7,7) = 0.765197687$

5.3 연습문제

1. $\frac{\pi}{4}$
2. (a) $h < 0.03$ 또는 $n > 7.5$
3. (a) 7.1667
(b) 7.0833
(c) 7.0777
4. $\int_1^2 \frac{dx}{x} = 0.6933$; 범위는 5.2×10^{-4}
7. $\int_a^b f(x) dx = \frac{16}{15} S_{2(n-1)} - \frac{1}{15} S_{n-1}$
8. $-\frac{3}{80} h^5 f^{(4)}(\xi)$

5.3 컴퓨터 연습문제

1. 3.1416; 3.1416
2. 0.1996

5.4 연습문제

1. ≈ 0.91949

4. (a) $x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$

(b) $x = \pm 0.861136, \pm 0.339981$

5. $\alpha = \gamma = \frac{4}{3}, \quad \beta = -\frac{2}{3}$

6. $A = (b - a), \quad B = \frac{1}{2}(b - a)^2$

7. $\frac{5h}{12}f(a) + \frac{2h}{3}f(a + h) - \frac{h}{12}f(a + 2h)$

9. $\alpha = \sqrt{\frac{5}{7}}, \quad a = c = \frac{7}{25}, \quad b = \frac{8}{75}$

10. $w_1 = w_2 = \frac{h}{2}, \quad w_3 = w_4 = -\frac{h^3}{24}$

11. $A = 2h, \quad B = 0, \quad C = \frac{h^3}{3}$

12. $A = \frac{8}{3}, \quad B = -\frac{4}{3}, \quad C = \frac{8}{3}$
그렇다. ≤ 3 의 다항식에 정확하다.

13. $A = \frac{h}{3}, \quad B = \frac{4}{3}h, \quad C = \frac{h}{3}, \quad D = 0$

14. $n \leq 3$ 에 참이다.

5.4 컴퓨터연습문제

2. (a) 1.4183

8. (a) 2.034805318577

(b) 0.892979511569

(c) 0.43398771