

9.1 연습문제

1. $y(x) = 1$
2. $f(x) = \frac{1}{m+1} \sum_{k=0}^m y_k = (y_0 + \cdots + y_m)/(m+1),$
 x_i 를 포함하지 않는 y 값의 평균
3. $a = (1 + 2e)/(1 + 2e^2), \quad b = 1$
5. $a = 2.1, \quad b = 0.9$
7. $c = \left[\sum_{k=0}^m y_k \log x_k \right] / \left[\sum_{k=0}^m (\log x_k)^2 \right]$
11. φ 는위로 오목하거나 상수인 c 에서 차수 2의 $m+1$ 개 다항식의 합을 포함한다.
 그러므로 최댓값은 존재하지 않고 최솟값만 갖는다.
12. $c = 10^\alpha$ 이때 $\alpha = \left[(m+1)^{-1} \sum_{k=0}^m (y_k - \log x_k) \right]$
13. $y = (6x - 5)/10$
16. $a \approx 2.5929, \quad b \approx -0.32583, \quad c \approx 0.022738$
18. $a = 1, b = \frac{1}{3}$
19. $y(x) = \frac{2}{7}x^2 + \frac{29}{35}$
20. $y = x + 1$
21. $c = \left[\sum_{k=0}^m e^{x_k} f(x_k) \right] / \left[\sum_{k=0}^m e^{2x_k} \right]$

9.2 연습문제

2.
$$\begin{cases} w_{n+2} = w_{n+1} = 0 \\ w_k = c_k + 3xw_{k+1} + 2w_{k+2} \quad (k = n, n-1, \dots, 0) \\ f(x) = w_0 - (1+2x)w_1 \end{cases}$$
3. $\cos(n-2)\theta = \cos[(n-1)\theta - \theta] = \cos(n-1)\theta \cos\theta + \sin(n-1)\theta \sin\theta$ 이므로,
 $2\cos\theta \cos(n-1)\theta - \cos(n-2)\theta = \cos(n-1)\theta \cos\theta - \sin(n-1)\theta \sin\theta = \cos(n\theta)$ 이다.
 이때 $g_n(\theta) = \cos n\theta$ 이면 $g_n(\theta) = 2\cos\theta g_{n-1}(\theta) - g_{n-2}(\theta)$ 이다.
5. [연습문제 9.2.4]에 의해, 점화식은 (2)와 같다. 그러므로 $T_n(x) = f_n(x) = \cos(n \arccos x)$ 이다.

$$\begin{aligned} 6. \quad T_n(T_m(x)) &= \cos(n \arccos(\cos(m \arccos x))) \\ &= \cos(nm \arccos x) = T_{nm}(x) \end{aligned}$$

7. 모든 $x \in [-1, 1]$ 에서 $|T_n(x)| = |\cos(n \arccos x)| \leq 1$ 이다. 그 이유는 $|\cos y| \leq 1$ 이고 $\arccos x$ 에서 x 가 존재하려면 $|x| \leq 1$ 이어야 하기 때문이다.

$$8. \quad \begin{cases} g_0(x) = 1 \\ g_1(x) = (x+1)/2 \\ g_j(x) = (x+1)g_{j-1}(x) - g_{j-2}(x) \quad (j \geq 2) \end{cases}$$

10. $n+2$ 번의 곱셈, $2n+1$ 번의 덧셈/뺄셈($2x$ 를 $x+x$ 로 계산한다면)

12. n 번의 곱셈, $2n$ 번의 덧셈/뺄셈

$$13. \quad T_6(x) = 32x^6 - 48x^4 + 18x^2 - 1$$

$$17. \quad \alpha = \frac{y_1 x_2^{13} - y_2 x_1^{13}}{x_1^{12} x_2^{12} (x_2 - x_1)}.$$

α 는 y_1 의 움직임에 민감하다.

9.2 컴퓨터 연습문제

$$7. \quad a_{ij} = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ (m+1) & (i = j = 1) \\ (m+1)/2 & (i = j > 1) \end{cases}$$

9.3 연습문제

2. 정규방정식의 계수 행렬은 (5)에 의해 원소 $a_{ij} = 1/(i+j-1)$ 을 갖는다.

3. $c = 0$

4. $y = b^x$

6. $c = \ln 2$

8. $x = -1, y = \frac{20}{13}$

9. (a) $c = \frac{24}{\pi^3}$

(b) $c = 3$

14. 아니다.

15. $y \approx \frac{1}{a+bx}$. $\frac{1}{y} \approx a+bx$ 로 치환한다.

16.
$$\begin{bmatrix} \pi & 0 & 2 \\ 0 & \pi/2 & 0 \\ 2 & 0 & \pi/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (e^{2\pi} - 1)/2 \\ -2(e^{2\pi} + 1)/5 \\ (e^{2\pi} + 1)/5 \end{bmatrix}$$

17. $c = 3$

20. $c = \left[\sum_{i=1}^n y_i \sin x_i \right] / \left[\sum_{i=1}^n (\sin x_i)^2 \right]$

9.3 컴퓨터 연습문제

1. $a = 2, b = 3$

9.4 연습문제

5. $x^2 = \frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{n^2 \pi^2} \cos n\pi x$

7. (d) $f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin nx$

11.(a) $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{r} [\cos(2\pi k/n) + i \sin(2\pi k/n)]$

(b) $\sqrt[4]{2}, i\sqrt[4]{2}, -i\sqrt[4]{2}, -\sqrt[4]{2}$

17. 덧셈을 12에서 6으로, 곱셈을 16에서 2로 축소할 수 있다.

9.4 컴퓨터 연습문제

6. $f(x) = \frac{4A}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\omega_0 x$

8.(a) $f(x) = 2 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin \frac{1}{2} n\pi x$