

## 12.1 연습문제

1. (a) 타원형

(c) 포물형

(f) 쌍곡형

$$2. \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = 0$$

4. 식 (3)은 구간  $[0, 1]$ 에서  $u(x, t+k)$ 가  $u(x, t)$ 값의 볼록 조합임을 보여준다. 그러므로 이는 구간 안에 있다.

$$5. \quad a = [1 + 2kh^{-2}(\cos \pi h - 1)]^{1/k}$$

6. 오른쪽은 (5)와 (7)에 의해 모두  $b_1$ 을 대신해서  $b_1 + c_0$ 로 바뀐다. 과  $b_{n-1} + c_n$ 은  $b_{n-1}$ 을 대신한다.

7. (6)에서,  $b_1$ 은  $b_1 + g(t)$ 로,  $b_{n-1}$ 은  $b_{n-1} + g(t)$ 로 대체되고, 0 수준에서  $1 \leq i \leq n-1$ 일 때  $b_i = f(ih)$

$$8. \quad u(x, t+k) = \frac{k}{h^2}(1-h)u(x+h, t) \\ + \frac{k}{h^2} \left( \frac{h^2}{k} + h - 2 \right) u(x, t) + \frac{k}{h^2} u(x-h, t)$$

$$9. \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ -1 & 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & -1 & 0 & 1 \\ & & & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

## 12.2 연습문제

1.  $-0.21$
2.  $u_{xx} = f''(x + at) + g''(x - at),$   
 $u_{tt} = a^2 f''(x + at) + a^2 g''(x - at) = a^2 u_{xx}$
3.  $u(x, t) = \frac{1}{2}[F(x + t) - F(-x + t)]$   
 $+ \frac{1}{2}[\overline{G}(x + t) - \overline{G}(-x + t)]$   
 이때  $\overline{G}$ 는  $G$ 의 역도함수이다.

## 12.2 컴퓨터 연습문제

1. **real function**  $fbar(x)$   
**real**  $x, xbar$   
 $xbar \leftarrow x + 2 \text{ real(integer}(-(1 + x)/2))$   
**if**  $xbar < 0$  **then**  
 $fbar \leftarrow -f(-xbar)$   
**else**  
 $fbar \leftarrow f(xbar)$   
**end if**  
**end function**  $fbar$

## 12.3 연습문제

5.  $\left(20 + \frac{2.5h}{x_i + y_j}\right)u_{i+1, j} + \left(20 - \frac{2.5h}{x_i + y_j}\right)u_{i-1, j}$   
 $+ \left(-30 + \frac{0.5h}{y_j}\right)u_{i, j+1} + \left(-30 + \frac{0.5h}{y_j}\right)u_{i, j-1}$   
 $+ 20u_{ij} = 69h^2$
6.  $u\left(0, \frac{1}{2}\right) \approx -8.932 \times 10^{-3}; \quad u\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \approx 4.643 \times 10^{-1}$
7.  $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{bmatrix}$

## 12.3 컴퓨터 연습문제

5.  $18.41^\circ$   $13.75^\circ$   
 $41.47^\circ$   $36.60^\circ$   $24.41^\circ$   
 $69.41^\circ$   $66.77^\circ$   $61.05^\circ$   $53.01^\circ$   $51.00^\circ$